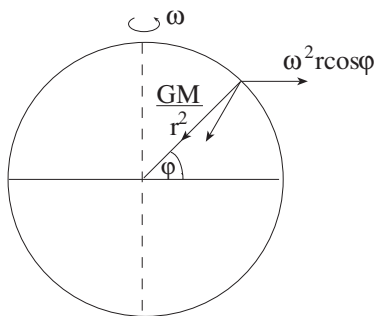


פתרון הבעיה שניתנה באולימפיאדה הבינלאומית לפיזיקה

ז'וז סלס, מפקח מרכז סל הוראת הפיזיקה, משרד החינוך והתרבות

פתרון חלק א':

נתיחס לכוכב הנויטרונים מנקודת הראות של צופה הנמצא על הכוכב. לגבי צופה כזה, על מסה נקודתית m בת 1 ק"ג הנמצאת על מעטפת הכוכב פועלים שני כוחות: כוח כבידה $\frac{GM}{r^2}$, וכוח צנטריפוגלי $\omega^2 r \cos^2 \varphi$; השקול של שני כוחות אלה חייב כמובן להיות מאונך למעטפת הכוכב (ראה תרשים 1).



תרשים 1

לפיכך אפשר לראות בשקול זה "שדה" \vec{S} המאונך למעטפת המהווה "משטח שווה פוטנציאל U ", ולגביהם מתקיים הקשר הידוע: $\vec{S} = -\text{grad } U$

$$S_r = -\frac{\partial U}{\partial r} \quad \text{מכך נובע כי:}$$

אם פחיסות הכוכב אינה גדולה מדי, נוכל לרשום כי בקירוב מתקיים:

$$S_r \cong \frac{GM}{r^2} - \omega^2 r \cos^2 \varphi$$

משוואת המשטח שווה הפוטנציאל תהיה:

$$U = - \int S_r dr = - \int \left(\frac{GM}{r^2} - \omega^2 r \cos^2 \varphi \right) dr$$

$$\therefore U = \frac{GM}{r} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \varphi = \text{const}$$

בעיה זו ניתנה באולימפיאדה ה-21 שהתקיימה ב-1990 בגרוננינגן שבהולנד. ישנן שיטות שונות לפתרון, הן שניתנו בדגם הרשמי והן מקוריות שפותחו ע"י הנבחנים (ניתן גם פרס מיוחד לפתרון המקורי או היפה ביותר). מפתח הניקוד והפתרון המובאים כאן מבוססים על הנוסח הרשמי שניתן בתחרות, בתוספת הסברים והבהרות מאת צבי גלר מהמחלקה להוראת המדעים מכון ויצמן למדע.

כוכב הנויטרון המתנודד

"ms פולסאר" הינו מקור קרינה ביקום הפולט פולסי קרינה קצרים ביותר, במחזוריות של מילישניות בודדות. קרינה זו היא בתחום גלי הרדיו, ולפיכך ניתן בעזרת מקלט רדיו מתאים לגלות את הפולסים הבודדים, ולמדוד בדיוק רב את זמן המחזור שלהם.

פולסי רדיו אלו באים ממעטפת כוכבים הנקראים "כוכבי נויטרון". כוכבים אלו הינם דחוסים ביותר. מסתם היא מסדר גודל של מסת השמש, אולם רדיוסם הינו רק כמה עשרות קילומטרים. הם מסתובבים מהר מאד, במהירות זוויתית ω , אולם בגלל הסיחרור המהיר הם פחוסים במקצת (החתך הצירי שלהם יוצר אליפסה עם צירים כמעט שווים).

אם נסמן ב- r_p את הרדיוס האנכי של כוכב (ממרכז הכוכב אל אחד הקטבים) וב- r_e את רדיוסו האופקי (הרדיוס בקו המשווה), נוכל להגדיר את **קבוע הפחיסות של כוכב** ע"י:

$$\varepsilon = \frac{(r_e - r_p)}{r_p}$$

א. מצא את קבוע הפחיסות של כוכב נויטרון אם נתונים: מסתו M , רדיוסו הממוצע r , זמן המחזור של סיבובו T , וקבוע הגרביטציה G .

$$M = 2.0 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad \text{חשב עבור:}$$

$$r = 1.0 \cdot 10^4 \text{ m}$$

$$T = 2.0 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

פתרון חלק ב':

כתוצאה מרעידת האדמה של הכוכב, יורד מומנט ההתמדה I_m של הקליפה ב- ΔI_m .

שימור התנע הזוויתי נותן:

$$I_m \cdot \omega_0 = (I_m - \Delta I_m) \cdot \omega_1$$

$$\Delta I_m = I_m \cdot \frac{\omega_1 - \omega_0}{\omega_1} \quad \text{או:}$$

כתוצאה מהחיכוך הפנימי משתוות המהירויות הזוויתיות של הקליפה והליבה, ואז מתקיים עפ"י חוק שימור התנע הזוויתי הכולל:

$$(I_m + I_e) \cdot \omega_0 = (I_m + I_e - \Delta I_m) \cdot \omega_2$$

$$\Delta I_m = (I_m + I_e) \cdot \frac{\omega_2 - \omega_0}{\omega_2}$$

$$\frac{I_m}{I_m + I_e} = \frac{(\omega_2 - \omega_0) \cdot \omega_1}{(\omega_1 - \omega_0) \cdot \omega_2}$$

$$1 - \frac{I_e}{I_m + I_e} = \frac{(\omega_2 - \omega_0) \cdot \omega_1}{(\omega_1 - \omega_0) \cdot \omega_2}$$

כיון שצפיפויות הקליפה והליבה שוות, היחס בין מומנטי ההתמדה של הליבה ושל הכוכב יהיה:

$$\frac{I_e}{I_m + I_e} = \frac{r_e^2}{r^2}$$

(מומנט ההתמדה של כדור: $\frac{2}{5}MR^2$)

וע"י הצבת הערכים מהגרף מתקבל:

$$\frac{r_e}{r} = \sqrt{1 - \frac{(\omega_2 - \omega_0) \cdot \omega_1}{(\omega_1 - \omega_0) \cdot \omega_2}} \approx 0.95$$

(מפתח הניקוד לחלק זה:

שימור התנע הזוויתי לקליפה 1.5 נק'

שימור התנע הזוויתי לקליפה ולליבה 1.5 נק'

מומנט ההתמדה של כדור 1 נק'

קבלת היחס 1 נק')

לצערנו לא התקבלו פתרונות מורים או תלמידים לבעיה זו. אנו מקווים כי לבעיה הבאה ימצאו פותרים. אגא עשו מאמץ שלא להכזיב.

תהודה

$$U_{POT} = \frac{GM}{r}$$

$$U_{KIN} = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \varphi$$

כאשר מסה זו נמצאת על קו המשווה: ($\varphi = 0$; $r = r_e$),

כאשר המסה נמצאת על הקוטב ($\varphi = \frac{\pi}{2}$; $r = r_p$)

משוואת האנרגיה המתקבלת היא:

$$\frac{GM}{r_p} = \frac{GM}{r_e} + \frac{1}{2} \omega^2 r_e^2$$

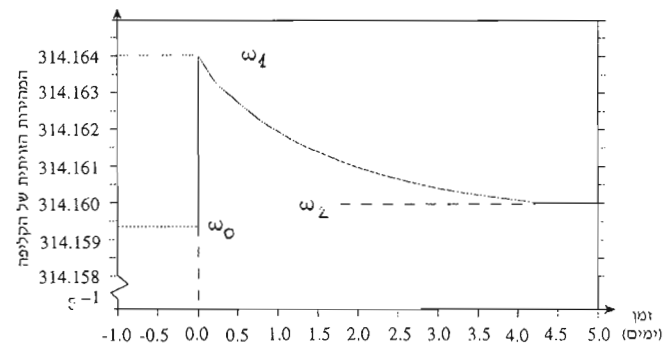
$$\frac{r_e}{r_p} = 1 + \frac{\omega^2 r_e^3}{2GM}$$

ומכאן:

$$\varepsilon = \frac{r_e - r_p}{r_p} = \frac{\omega^2 r_e^3}{2GM} \approx 3.7 \cdot 10^{-4}$$

(הנקוד שניתן: 4 נק' למשוואת האנרגיה, נקודה אחת למקדם הפחיסות).

לאחר תקופות ארוכות מאיט הכוכב את מהירות סיבובו, הודות להפסדי אנרגיה, דבר המביא לירידה בפחיסות. מאחר ולכוכב קליפה מוצקה "הצפה" מעל ליבה נוזלית, הקרום המוצק מפתח התנגדות בפני השינוי המתמשך בצורתו של הכוכב ומחזיקו במצב של שיווי משקל. לעומת זאת רעידות אדמה גורמות לשינויים בצורת המעטפת. במשך רעידת האדמה של הכוכב ולאחריה נצפים שינויים במהירותו הזוויתית בהתאם לגרף 1.



גרף 1: שינוי פתאומי בצורת המעטפת של כוכב נויטרון גורם לשינוי פתאומי במהירותו הזוויתית

ב. חשב את הרדיוס הממוצע של הליבה הנוזלית של הכוכב תוך שימוש בנתונים המופיעים בגרף 1. הנח כי צפיפות הקליפה שווה לצפיפות הנוזל. (הזנח את השינוי בצורת הליבה הנוזלית).