

התנהגות חומרים מגנטיים - המחקר התאורטי ומגבלותיו

עמיקם אהרני, הפקולטה לפיזיקה, מכון ויצמן למדע, רחובות

תקציר: למרות שמשוואות מקסוול ידועות כבר יותר מ-100 שנה, ולמקרים רבים יש להן פתרונות אנליטיים ידועים; ולמרות שפתרון נומרי שלהן במקרה הליניארי הוא טריביאלי בשביל מחשב מודרני, יש עדיין קשיים רבים בחישוב תכונות מגנט של חומרים פרומגנטיים, אפילו במקרים הנראים פשוטים לכאורה. מאמצים רבים מושקעים בימינו בניסיון לפתור בעיה זאת, משום שיש לה שימושים טכנולוגיים חשובים, במיוחד בתחום של רישום מגנטי, כמו בדיסק הקשיח של המחשבים.

מילות מפתח: פרומגנטיות, אנרגיה מגנטוסטטית, עקומי-מגנט, אינטראקציית חילוף, אזורים מגנטיים והקירות ביניהם (domains and domain walls)

מהו פרומגנט?

ידוע מהניסיון כי בכל חומר נוצר מומנט מגנטי כשמפעילים עליו שדה מגנטי. ברוב החומרים פרופורציוני מומנט זה לשדה; השדה והמומנט המגנטי מקבילים (בחומרים הנקראים פרומגנטיים) או אנטי-מקבילים (בחומרים הנקראים דיאמגנטיים). אבל יש חומרים שבהם אין המומנט פרופורציוני לשדה, ואין גם קשר פונקציונלי פשוט אחר: **המומנט קשור קשר רב-ערכי לשדה, ותלוי (בין השאר) גם בהיסטוריה של הפעלת השדה**. מתוך היסודות, תכונה זאת קיימת בברזל, ניקל וקובלט, ובכמה מהעפרות הנדירות. קוראים להם פרומגנטים, מתוך השם הלטיני ferrum עבור ברזל, כלומר: חומרים הדומים לברזל. גם נתכים שונים של מתכות אלו עם מתכות אחרות הם פרומגנטים, ויש גם נתכים פרומגנטיים של מתכות שאינן פרומגנטיות כשלעצמן, כגון MnBi, וכן כמה תרכובות לא-מתכתיות.

בשנת 1970 קיבל נאל (Néel) פרס נובל בפיזיקה על תגליתו שיש גם סוג נוסף של חומרים, ושהתכונות הפרומגנטיות של כמה תרכובות שונות במקצת מאלו של פרומגנטים אחרים. לחומרים אלו קוראים "פְּרִימַגְנֵטִים". כדאי אולי לציין כי לקבוצה זאת של פרימגנטים לפי הסיווג המודרני שייך גם המחצב הטבעי מגנטיט, Fe_3O_4 , שתכונותיו המיוחדות היו ידועות כבר לקדמונים, ונידונו בהרחבה בדיאלוגים של אפלטון. הוא נקרא בסינית וכן בצרפתית "אבן אוהבת", בעברית התלמודית "אבן שואבת", ובאנגלית של סוף ימי-הביניים "אבן מובילה" (או מדריכה). ברמה של מאמר זה לא אכנס להבדלים בין פרומגנט לפרימגנט.*

מבוא

משוואות מקסוול כלולות כיום בחומר הלימודים של כל הסטודנטים לתואר ראשון בפיזיקה ובכמה סוגים של הנדסה, ברוב האוניברסיטאות בעולם. אלא שכמעט בכל ספרי הלימוד ושיטות ההוראה ניתן רק המקרה הליניארי, של וקואום ושל חומרים פְּרִימַגְנֵטִים. אם חומר פְּרִימַגְנֵטִי נזכר בכלל, הרי זה רק כמשהו יוצא דופן שאין בו עניין רב, ואשר חבל לבזבז עליו את הזמן. יתר על כן, משוואות אלו בכללותן מוצגות כמשהו שפתרונו הכללי ידוע מזמן, וכך שייך אולי יותר להיסטוריה של הפיזיקה מאשר למחקר מודרני. ובכלל - זאת פיזיקה קלאסית אשר מתחת לכבודו של פיזיקאי רציני אפילו להסתכל עליה אחרי שכבר למד משהו על מכניקת הקוונטים. להצגה זאת של משוואות מקסוול אין שום הצדקה. אפשר, אמנם, לפתור את המשוואות הליניאריות, כלומר את המקרה בו אין שום חומר פרומגנטי בסביבה, אבל זה איננו המקרה היחיד. לחומרים פרומגנטיים יש שימושים רבים, ובמקרים רבים יש צורך לדעת את המבנה המגנטי שלהם, ולא רק על מנת לתכנן מעגלים מגנטיים כגון מנועים וגנרטורים. צורך כזה מופיע גם בבעיות בסיסיות של מבנה חומרים בכלל, ובניסיונות לשכלל את שימושיהם השונים בפרט. מטרתו של מאמר זה היא להציג ולהדגים כמה מהבעיות הכרוכות בפתרונות אלו, אבל בלי להיכנס לפרטים הטכניים או המתמטיים.

* עיקר ההבדל בין פְּרִימַגְנֵט לִפְּרִימַגְנֵט הוא בתלות המגנט של הפרימגנט בטמפרטורה, השונה מזאת של הפרומגנט.

בכמויות גדולות יותר ליצירת שדה מגנטי במנועים חשמליים, ברמקולים ובאוזניות, ובעוד שימושים רבים. כח הדחיה בין מגנטים קבועים משמש להקטנת החיכוך בין חלקים נעים במהירות גבוהה, ונעשים עכשיו נסיונות בקנה-מידה רחב לנצל זאת לרכבות מהירות, שירחפו מעל הפסים.

המקרה הקיצוני ההפוך הוא של **פרומגנטים "רכים"**, המשמשים **כמגנטים זמניים**. הם ממוגנטים כל זמן שמופעל עליהם השדה, ומאבדים את המגנט כשמסירים את השדה. למשל הפלדה ממנה עשוי גוף המקרר מצמידה בכוח את המגנט כשהוא מובא לקרבתה, אבל אינה מושכת את הסכינים במטבח. חומרים אלו משמשים כגרעין לאלקטרומגנטים וטרנספורמטורים. לשימוש זה רצוי שהמגנט השיורי והקוארציטיב יהיו קטנים ככל האפשר.

אין חוק בטבע שפרומגנט חייב להיות קשה או רך, ועקרונית אפשר לייצר את כל דרגות הביניים, אלא שאין להן ביקוש. מי שמשמש בחומר קשה מעדיף שיהיה עוד יותר קשה, ופיתוחים שונים מובילים אמנם לדרגות קושי ההולכות וגדלות. המגנטים המשמשים לבניית מנועים כיום קשים בסדר גודל מאלניקו (alnico) – שהוא נתך של אלומיניום, ניקל וקובלט) אשר היה פאר הטכנולוגיה בשנות השישים, ואשר הוא עצמו קשה בשני סדרי גודל מהמגנטים של תחילת המאה. פיתוח חומרים חדשים מאפשר לעשות מנועים חשמליים קטנים יותר, וכך להכניס אותם למשל לתוך הדלת של מכונית, ולפתוח את החלון בלחיצת כפתור.

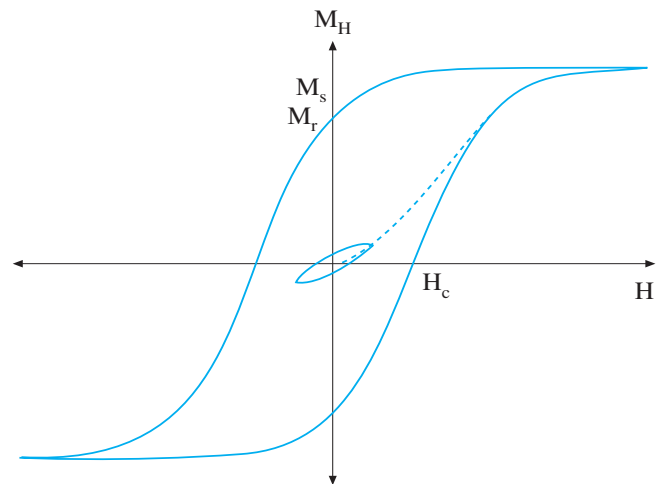
באותה מידה הולכים החומרים הרכים ונעשים רכים יותר משנה לשנה. די להסתכל על הטרנספורמטורים של חברות החשמל, שהפסדי האנרגיה בהם עולים מיליארדי דולרים לשנה. אחד המקורות העיקריים להפסדים אלו הוא הפסד חשל, שהוא פרופורציוני לשטח של עקום החשל (תרשים 1). הקטנת שטח זה חוסכת כסף רב, וזה משמש תמריץ לחקור ולפתח חומרים בכיוון זה.

הפיתוח של חומרים יותר ויותר קשים, וחומרים יותר ויותר רכים, מכיל מעט מאוד פיזיקה. חלק הארי של מחקר זה נעשה על ידי כימאים המנסים תוספות שונות, ועל ידי מדעני חומרים המנסים שיטות ייצור וטיפול. **אין מספיק הבנה פיזיקלית לתהליכי המגנט היסודיים בשביל הדרכה באיזה כיוון לחפש.**

סוג שלישי: חומרים מגנטיים קשים למחצה

למרות האמור לעיל יש דרישה במקרים מסויימים לחומרים

תרשים 1 מראה צורה טיפוסית של מה שנקרא עקום מגנט, או עקום חשל, ומתאר את תלות המומנט המגנטי, M , בשדה המגנטי, H , או ליתר דיוק, התלות היא של הרכיב בכיוון H של M , כי M עצמו הוא וקטור. רכיב זה יכול לקבל כל ערך שהוא, חיובי או שלילי, אשר בתוך העקום הסגור החיצוני, בהתאם להיסטוריה המתאימה של הפעלת השדה H . מודגם שם למשל מעגל פנימי אחד, שעליו עוברים אם מקטינים את השדה בנקודת הקצה שלו, ואפשר למלא את כל השטח הפנימי ב"מעגלים פנימיים" כאלו. הקו המרוסק נקרא "העקום הבתולי", ואפשר לעבור אותו רק פעם אחת, כשמתחילים ממצב של "דה-מגנט", המתקבל למשל על-ידי חימום הדגם, וקירורו באפס שדה. כן מוגדרים בתרשים **הקוארציטיב H_c , שהוא ערך השדה כשרכיב-המגנט עובר את האפס; המגנט השיורי M_r , שהוא הערך המקסימלי שאפשר לקבל בשדה אפס; והמגנט לרוויה M_s , שהוא הערך הגבוה ביותר בשדה גדול מאוד.**



תרשים 1: תיאור סכמטי של עקום-חשל טיפוס, המראה גם מעגל פנימי אחד, ואת העקום הבתולי (מרוסק). כמו כן מסומנים הקוארציטיב, H_c , המגנט השיורי, M_r , והמגנט לרוויה, M_s .

חומרים מגנטיים קשים ורכים

בשימושים מעשיים של **מגנטים קבועים** מעוניינים **במגנט שיורי ובקוארציטיב גדולים** ככל האפשר, כדי שהדגם יישאר ממוגנט אחרי שממגנטים אותו פעם אחת. חומר המתאים לדרישות אלו נקרא **פרומגנט "קשה"**. אפשר לפגוש אותו, למשל, כמגנט המשמש להצמדת פיסות-נייר למקרר, ובצעצועים המרשימים ילדים בתופעות של משיכה ודחיה, כמו גם בציווד של קוסמים ורופאי-אליל. הם משמשים

קשים שאינם יותר מדי קשים. הדרישות המעשיות מחומרים המשמשים להקלטה מגנטית על טייפ או דיסק אינן לא קושי רב ולא רכות. החומר צריך להיות קשה למדי כדי לשמור על האינפורמציה הנכתבת עליו, אבל גם לא יותר מדי קשה כדי שלא יהיה צורך באנרגיה גבוהה על מנת לכתוב אינפורמציה זאת. לחומרים אלו קוראים לפעמים "קשים למחצה".

גם בחומרים אלו הייתה התקדמות מרשימה בעשרות השנים האחרונות. באמצע שנות השישים הייתי מעורב במידת מה בפרויקט גדול שהגדיל את צפיפות הכתיבה על דיסק מ-500 ל-1000 ספרות בינאריות לאינטש. היום כותבים מאות אלפי ספרות בינאריות לאינטש של דיסק קשיח, כדבר שבשגרה. גם כאן חלק הארי של השיפור הוא בכימיה של החומרים שעליהם נרשמות הספרות הבינאריות. אלא שכאן חלק מהשיפור הוא גם בזכות התקדמות רבה הן באלקטרוניקה והן במכניקה של המערכת, ובעיקר פריצת-דרך משמעותית בסוג חדש של הראש הקורא את האינפורמציה.

יתר על כן, הרישום המגנטי נעשה על אבקות המורכבות מחלקיקים פרומגנטיים קטנים, והמוחזקים על ידי דבק שאיננו מגנטי, מה שנותן תקווה רבה להגיע למודל תיאורטי סביר בשבילם. מסיבות שאבהיר בהמשך המאמר, דרגת הסיבוך של חישובי עקום החשל עולה באופן חזק עם עליית גודל החלקיק. לכן יש יותר סיכוי לחישובים של חלקיקים קטנים, מה גם שלאחרונה יש גם מדידות של המגנט בחלקיק קטן בודד, כך שיש ערכים נסיוניים ישירים כדי להשוות את התיאוריה אליהם.

כמו בתחומים רבים אחרים בפיזיקה, התיאוריה היא בעיקרה חיפוש של מינימום אנרגטי, ולשם כך יש להגדיר קודם כל את האיברים השונים שסכומם מהווה את האנרגיה הכלולה בבעיה.

האיברים התורמים לאנרגיה

* **האיבר הראשון**, שצפיפות-האנרגיה שלו גדולה בכמה סדרי-גודל מזאת של האיברים האחרים, הוא שגורם לחומר להיות פרומגנט. איבר זה הוא אינטראקציה, שמקורה קוונטי, בין הספינים של האלקטרונים שבקליפה האטומית החיצונית. היא מנסה לסדר כל ספין כך שיקביל לספינים אשר בתאי היחידה השכנים. אינטראקציה זאת נקראת **אינטראקציה חילוף** (exchange interaction), והיא קיצרת טווח. היא קיימת בכל החומרים, אלא שברובם הנטייה היא לסדר כל ספין בכיוון אנטי-מקביל

לספין של שכניו, ולכן לא נוצר מומנט מגנטי מקרוסקופי. בפרומגנט, לעומת זאת, הספינים השכנים נוטים להיות מקבילים, והנטייה הזאת עוברת משכן לשכן, עד ליצירת סדר לטווח ארוך, בכל הגביש, או בחלקו.

* **האיבר השני** הוא **האינטראקציה ספין-מסילה** (spin-orbit interaction). במוצק צמודות המסילות לכיוונים מסוימים של המבנה הגבישי, ואינטראקציה זאת מצמידה גם את הספינים לכיוון גבישי מוגדר. איבר זה מתבטא בנטייה של המגנט להיות בכיוונים מסוימים של הגביש, וידוע בשם "אנרגיית האנאיזוטרופיה".

* **האיבר השלישי** הוא האינטראקציה עם **שדה חיצוני** הידועה כמכפלה סקלרית של המומנט המגנטי בשדה, ונוטה להטות את המגנט לכיוון השדה.

* **האיבר הרביעי הוא האנרגיה המגנטוסטטית העצמית**, שהיא אינטראקציה של המגנט עם השדה הנוצר על ידי המגנט עצמו, בהתאם למשוואות מקסוול. (בספרי הלימוד מדלגים בדרך כלל על חלק זה של המשוואות אבל לא אכנס לפרטים. המעוניינים יכולים למצוא את הניסוח המדויק של משוואות אלו בנוכחות פרומגנטים בספר של בראון¹). בניגוד לאיברי האנרגיה האחרים, קשה להגדיר את הנטייה של איבר זה בצורה פיזיקלית, למרות שהיא מוגדרת במדויק מבחינה מתמטית. פירוש הדבר, שלמרות שהאיבר של האנרגיה המגנטוסטטית מוגדר במדויק מבחינה מתמטית, גם אם יש פיתרון לבעיה מסוימת, קשה, או מעשית בלתי אפשרי, כיום לדעת כיצד תשתנה התנהגות המערכת כתוצאה משינוי, אפילו קטן, שיוכנס בה, על אף שגם המערכת החדשה מוגדרת היטב מבחינה מתמטית.

עקרונית יש עוד כמה איברי אנרגיה, שנהוג להזניח אותם בהקשר הנוכחי, בצדק או שלא בצדק. השפעתם לא נבדקה לפרטיה. להלן נרחיב את הדיון לאיבר האנרגיה המגנטוסטטית העצמית.

אזורים מגנטיים והקירות ביניהם

המגמה למינימיזציה של האנרגיה המגנטוסטטית מחד, והיות האינטראקציה המגנטוסטטית ארוכת טווח מאידך, מביאים לקיום "אזורים מגנטיים" (magnetic domains) בגביש פרומגנטי. אזורים אלה הם בעלי ממדים מסדר גודל של $1\mu^3 - 1\text{mm}^3$ ומכילים מ- 10^{10} - 10^{20} תאי-יחידה. בתוך כל אזור יש כיוון אחיד למגנט, וכיווני המגנט שונים

חושבו מאז על-ידי חוקרים שונים. דוגמה אחת מני רבות מובאת בתרשים 2. מתרשים זה ברור לעיין כי המבנה **אינו סימטרי**.

קשה מאוד לתת הסבר פיזיקלי פשוט לאי-הסימטריה שבתרשים, ולכן גם אי אפשר למצוא מודלים פשוטים שיתנו קרוב סביר למבנה של קיר, למרות המאמצים הרבים שנעשו בכיוון זה. יתר על כן, גם השיטה הנומריית של לבונטי עובדת רק בתחום צר של עובי השיכבה המגנטית (בין 0.1μ ל- 2μ), ואיש אינו יודע איך נראה קיר בשכבות דקות יותר או עבות יותר.

אין ספק כי חוסר הסימטריה קשור איכשהו לכך שהמשוואות הדיפרנציאליות למקרה של חומר פרומגנטי הן לא-ליניאריות, מה שאפשר לראות כקושי נוסף או כביטוי אחר לאותו קושי. יש רק מעט משוואות לא-ליניאריות שידועים לפתור בפיזיקה, והנטייה היא בדרך כלל לברוח ממשוואות אלו, או להפוך אותן לליניאריות בעזרת קרובים, המוצדקים יותר או פחות. קושי נוסף נובע מכך שהכוחות המגנטוסטטיים הם ארוכי-טווח עד מאד. פירוש הדבר הוא שכשמסתכלים על חלקים שונים של גביש פרומגנטי, יש להביא בחשבון את האינטראקציה של חלק אחד עם השדה המגנטי שיוצר חלק אחר, אפילו אם הם בקצוות שונים, והגביש גדול מאוד. תכונה זאת מתבטאת בכך שאיבר אנרגיה זה יש לכתוב על-ידי אינטגרציה **בשישה ממדים** לגוף תלת-ממדי, בעוד שבאיברי האנרגיה האחרים האינטגרציה היא **תלת-ממדית**. עם כל השכלולים של המחשבים בימינו, אין הם עדיין מסוגלים לחשב אינטגרציה 6 פעמים בדיוק סביר, ובזמן המתקבל על הדעת, ובוודאי שלא כאשר יש לעשות אינטגרציה זאת מספר גדול של פעמים לשם מינימיזציה של האנרגיה. רק על-ידי התחכמויות שונות המקלות על החישובים אפשר לחשב בדיוק את המבנה המגנטי, וגם זה רק עבור חלקיקים קטנים מאוד (מסדר גודל של 100nm).

בדוגמה המתוארת בתרשים 3 (ראה עמוד 6) מובא המבנה שחושב⁴ עבור המגנט השיורי של כדור קטן מאוד (רדיוס של 20nm) של הנתך האמורפי $Fe_{75}Si_{15}B_{10}$. בתרשים זה מצויר רק חתך דו-ממדי, שהמבנה המלא שלו מתקבל על-ידי סיבוב התרשים סביב הציר z המצויר שם. כלומר: המגנט מקביל לציר z כשהוא קרוב לציר זה, ובהתרחקו מהציר מסתובב המגנט בהדרגה לכיוון מעגלי, עד שהוא נעשה מקביל לשפה קרוב לשפת הכדור. אלא שהסימטריה הגלילית הזאת איננה תוצאה של החישוב; זאת רק הנחה שנועדה להקל על החישוב.

באזורים השונים. כתוצאה מכך המגנט הכולל קרוב לאפס. המעבר בכיון המגנט מאזור לאזור שכן איננו חד, אלא נעשה באופן הדרגתי. התחום בו קיים מעבר של כיוון המגנט מאזור אחד לאזור שכן ידוע בשם "קיר" (wall). עובי הקירות הוא בדרך כלל מסדר גודל של 1000 אטומים, ונקבע על ידי מבנה הגביש ותכונותיו. המספר הקטן של אטומים המצויים בקירות יחסית למספר הגדול המצויים באזורים, מצדיק את המונח "קירות" לתחומי המעבר של כיוון המגנט. קיום האזורים בדגם נתון מותנה בכך שטמפרטורת הדגם נמוכה מטמפרטורת קירי (Curie). בטמפרטורות גבוהות ממנה הורסת התנועה התרמית את קיום האזורים, והדגם מתנהג כחומר פרמגנטי.

כדי למגנט דגם של חומר באופן מקרוסקופי צריך להפעיל עליו שדה מגנטי חיצוני. השדה החיצוני גורם ל"תזוזת הקירות", כלומר להשתוות הדרגתית של כיווני המגנט בין האזורים השכנים עד שמתקבל מגנט לרוויה בדגם כולו. אפשר לצפות בתזוזת הקירות בשיטות נסיוניות שונות.

קיום האזורים מותנה גם בגודל מינמלי של הגביש. עובי הקירות נקבע, בין היתר, על ידי מה שקרוי האנאיזטרופיה של החומר. **חומר אנאיזטרופי** הוא גביש שבו יש כיוון מועדף של המגנט. בגבישים אלה הקירות הם דקים, קשי תזוזה והמגנט הוא "קשה". **בחומרים איזטרופיים** יש התפלגות בין כיווני המגנט של האזורים השונים, הקירות הם עבים, קלי תזוזה והמגנט כולו הוא "רך".

הקושי במגנט דגם מסויים תלוי במידת הקושי הדרושה להזזת הקירות. לפיכך חקר הדינמיקה של קירות האזורים ולימוד הבעיות הקשורות באנרגיה המגנטוסטטית כל כך מרכזיים בחקר הפרומגנטיות.

אנרגיה מגנטוסטטית עצמית

אחת הבעיות באיבר זה היא שקשה (כפי שזכר לעיל) לראות אינטואיטיבית מהו המבנה המגנטי שהוא מנסה לייצר. כך, למשל, חשבו הכל במשך שנים רבות כי **הקיר (האזור של מעבר המגנט מכיוון אחד לשני)** המפריד בין אזורים הממוגנטים בכיוונים הפוכים הוא בהכרח סימטרי, ומתקבלת אותה צורה אם מסתכלים עליו מימין או משמאל. עד שבא לבונטי² והרשה למחשב להביא בחשבון גם צורות שאינן סימטריות, ומצא כי הן מאפשרות לקבל אנרגיית-קיר קטנה בפקטור שניים מהאנרגיה של קיר סימטרי. קירות רבים

לא הוכח כי אין מבנה לא סימטרי שהאנרגיה שלו קטנה יותר מזאת של המבנה המתואר, ואם לא למקרה זה, אולי למקרים אחרים. ובכל אופן, אין שום אפשרות לחשב מבנה כזה לכדור שקוטרו למשל 0.1 מ"מ, מאיזה חומר פרומגנטי שהוא, אלא אם חישוב זה נעשה בדיסקרטיזציה (חלוקה לנפחים קטנים) כל כך גסה עד שספק אם יש לה מובן פיזיקלי. ובוודאי שאינה מגלה את פרטי המבנה המועדף על-ידי האנרגיה המגנטוסטטית.

תרשים 2: המבנה המגנטי של קיר בשכבת פרמאלוי (permalloy) שעוביה 0.1μ (פרמאלוי הוא נתך של בערך 80% ניקל עם 20% ברזל, ונעשו עליו ניסויים רבים). הקיר בתרשים זה נע במהירות של 100 מ/שנייה בעקבות הפעלת פולס של שדה מגנטי לפרק זמן מסדר גודל של מיקרושניות. החיצים שבתרשים מראים את הכיוון והגודל של רכיב-המגנט המקביל לנייר. הרכיב הניצב לנייר איננו מסורטט, אבל אפשר לראות את גודלו מתוך האורך של החיצים שבתרשים: כשאורך זה קטן הרכיב הניצב גדול, ורואים כי מבנה זה מסתיים באזור שבו המגנט נכנס לתוך הנייר מצד שמאל, ויוצא החוצה מהנייר מצד ימין (או להיפך). העקום המצויר מראה את המקום בו עובר הרכיב הניצב דרך האפס. ברור לעין כי מבנה זה אינו סימטרי. אפשר להראות כי משוואות מקסוול מביאות לאנרגיה נמוכה כשהדיברגנס של המגנט הוא אפס, כלומר, ראש החץ של וקטור מגנט אחד נוגע בזנב של השני. משום כך אפשר להסביר את המבנה של המערבולות שבתרשים 2, כי מבנה זה נותן דיברגנס אפס, (או יותר נכון קרוב לאפס). כמו כן ברור כי משוואות מקסוול דורשות שהמגנט יגיע לשפה בזווית אפס; ואמנם רואים כי בגבולות השכבה, גם למעלה וגם למטה, רכיב המגנט שבמישור המצויר כמעט מקביל לשכבה.

הצדקה הנשמעת לפעמים קרובות, שצפיפות אנרגיית החילוף גדולה בהרבה (במקרה טיפוסי פי אלף) מצפיפות האנרגיה המגנטוסטטית, ולכן הבאת האחרונה בחשבון היא רק חיטוט בפרט טפל.

החיסרון של טענה זאת הוא שלא צפיפות האנרגיה היא שקובעת, אלא האנרגיה הכוללת, לאחר אינטגרציה על נפח הגביש. החילוף הוא קצר טווח ופועל למעשה רק בין אטומים שכנים, כך שהאינטגרל הוא מסדר גודל של מכפלת נפח תא-היחידה בצפיפות האנרגיה. האנרגיה המגנטוסטטית

בלי אנרגיה מגנטוסטטית?

בגלל כל הקשיים האלו יש רבים המעדיפים להזניח את האנרגיה המגנטוסטטית, ולחשב את המגנט כתלות בטמפרטורה בהתחשב רק באינטראקציית החילוף המנסה לסדר את כל הספינים במקביל זה לזה, כנגד הפלקטואציות התרמיות שמעדיפות אי-סדר. אחרי הכל, זה לא המקרה היחיד בפיזיקה שמזניחים איבר אחד ומחשבים אחרים, ולא תמיד קטן איבר זה מהאחרים. לפעמים הסיבה היא שקשה לחשב איבר זה. יתר על כן, במקרה הנוכחי יש גם

היא ארוכת-טווח, והאינטגרציה היא בערך מכפלה בנפח הגביש כולו, ונפח זה מכיל הרבה תאי יחידה. אם נסתכל למשל על נפח של מיקרון מעוקב (שאיננו גביש גדול במיוחד) אשר יש בו 10^{10} תאי יחידה, האנרגיה המגנטוסטטית היא מסדר גודל של פי 10^7 אנרגיית החילוף, ואת זה קשה להזניח.

באופן פרדוקסלי, דווקא משום שהאנרגיה המגנטוסטטית כל כך הרבה יותר גדולה מאנרגיית החילוף (ומשאר איברי האנרגיה) קיימת האפשרות להזניח אותה בחישובים רבים. הסיבה היא שהאנרגיה המגנטוסטטית מחלקת את רוב החומר הפרומגנטי לאזורים אשר כל אחד מהם ממוגנט באופן

תרשים 3: צורת המגנט השיורי בחתך דרך מרכזו של כדור ברדיוס 20nm, בטמפרטורת החדר. החץ שמחוץ למעגל הוא גודל וקטור המגנט ברוויה, כך שחץ קטן ממנו בתוך המעגל פרוש שקיים רכיב בכיוון y הניצב לתרשים. החיצים הקטנים על יד השפה מראים כי שם מקביל המגנט לשפת-הכדור.

וקוארציטיב. המהנדסים נוקטים בגישה ההפוכה ומתעלמים מהחילוף, או יותר נכון מכניסים קירוב גס שלו, בעקיפין, בתור אנרגיה של קיר. זה עובד טוב למדי בחישוב תכונות מגנטיות של חומרים קשים מאוד או רכים מאוד, כל זמן שהגבישים גדולים למדי, כאשר החילוף באמת זניח.

אנרגיה מגנטוסטטית מקורבת

למרות שהתאורטיקאים טוענים לרוב כי הם מזניחים את האנרגיה המגנטוסטטית משום שהחישוב שלהם הוא עבור גביש אינסופי, דווקא בחלקיקים קטנים אנרגיית החילוף היא חלק ניכר מהאנרגיה הכוללת. בשביל חלקיקים אלו מוכרחים להביא בחשבון את **כל איברי האנרגיה**. זהו חישוב מסובך ומייגע, וכפי שכבר נזכר לעיל הוא ניתן לביצוע בדיוק לחלקיקים קטנים מאוד, אבל לא לקצת יותר גדולים. משום כך הוצעו קירובים שונים לחישוב נומרי של האנרגיה המגנטוסטטית, שהיא החלק הקשה בכל בעיות-המגנט. קבוצות שונות פרסמו תוצאות לבעיות שונות, שהקשר ביניהן הוא קשה להערכה. למרות שכל קבוצה היתה משוכנעת כי הקירובים שלה מוצדקים ומייצגים את המציאות הפיזיקלית,

כמעט אחיד. אם מתעלמים מהאזורים ומהקירות שביניהם, אפשר לפתח תיאוריה של המגנט (האחיד) בתוך אזור כזה כתלות בטמפרטורה, תוך הזנחת כל השאר. ואמנם יש מאות חוקרים העוסקים בפרטים הקטנים של מגנט זה, בעיקר בטמפרטורה קרובה לטמפרטורת קירי, אשר בה עובר החומר הפרומגנטי למצב פרמגנטי. אפשר אפילו להשוות תיאוריות אלו לנסיון, על-ידי התחכמות מסוימת, כי מדידה ישירה של המגנט שבתוך אזור איננה מעשית. באופן נסיוני מפעילים על הגביש שדות מגנטיים גדולים מאוד, כדי להכניס אותו לרוויה על-ידי סילוק האזורים, ואחר כך עושים אקסטרפולציה של המדידות לשדה אפס, כדי להוציא את השפעת השדה, שאינה נכנסת לתיאוריה. וזה עובד, בדיוק מסוים.

הבעיה (בשביל מי שרואה בזה בעיה) היא שהחישובים עברו כבר מזמן את הדיוק של האקסטרפולציה, ואלו הממשיכים לחשב בדיוק יותר ויותר גדול יכולים רק להשוות תיאוריה אחת לשניה. למעשה הפך התחום הזה לתיאוריה מופשטת מכל מובן פיזיקלי של פרומגנטיות, המשאירה למהנדסים את הטיפול בתכונות המגנטיות של חומרים, כמו מגנט שיורי

מס' סדורי	שדה בכיוון x			שדה בכיוון y		
	קוארציטיב	מגנט שיורי		קוארציטיב	מגנט שיורי	
		בכיוון x	בכיוון y		בכיוון x	בכיוון y
1	0.1	0.01	0.00	2.4	0.02	0.83
2	1.5	0.07	0.00	7.8	0.02	0.25
3	9.8	0.99	0.15	32.9	0.01	0.99
4	2.5	0.15	0.87	4.9	0.15	0.87
5	9.3	0.37	0.01	13.0	0.00	0.75
6	7.5	0.27	0.09	5.3	0.13	0.86
7	3.4	0.60	0.53	4.9	0.16	0.86
8	6.6	0.28	0.88	13.8	0.24	0.89

טבלה 1. חישובים שונים של הקוארציטיב (ביחידות של mT), ושל המגנט השיורי (מנורמל למגנט לרוויה), בשני כיוונים של השדה המגנטי, בשביל מנסרה של פרמאלוי, שממדיה: $x = 1\mu$, $y = 2\mu$, $z = 0.02\mu$.

איך להכניס זאת לתיאוריה. כאן ההשוואה היא בין פתרונות שונים לאותה בעיה מתמטית, והתוצאות היו צריכות להיות אותן, לפחות בערך. המסקנה היא, איפוא, כי עוד רבה הדרך להבנת תהליכי המגנט.

מראי מקום

1. Brown, W.F Jr., "Magnetostatic Principles in Ferromagnetism" North-Holland, Amsterdam 1962.
2. LaBonte, A.E., J. Appl. Phys. **40**, 2450 (1969).
3. Aharoni, A. and. Jakubovics, J.P., IEEE Trans. Mag., **29**, 2527 (1993).
4. Aharoni, A. and Jakubovics, J.P., IEEE Trans. Mag., **32**, 4463 (1996).
5. <http://cobalt.nist.gov/mumag/prob1/prob1report.html>.

לקריאה נוספת

1. Livingston, J.D., Driving Force, Harvard University Press, 1996.
2. Feynman, R.P., Leighton, R.P. and Sands, M., The Feynman Lectures on Physics, Vol II, Chaps. 35 -37, 1963.

תהודה

ולמרות התאמות לניסויים פה ושם, היו כאלו שהטילו ספק בשיטה. כדי לבדוק מה קורה, פורסמה באינטרנט הצעה של National Institute of Science and Technology (בקיצור: NIST) לפתור את אותה בעיה בשיטות שונות. לשם כך הציעו לכל מי שמעוניין להשתתף, לחשב את עקום - המגנט של פְּרָמָאלוּי בצורת מנסרה דקה שממדיה 1 על 2 מיקרון ועוביה 20 ננומטר. מסיבות שאינן ברורות לי, היו התוצאות צריכות להישלח בעילום שם.

שמונה קבוצות השתתפו ב"ניסוי" זה. תוצאות מלאות של החישובים התפרסמו⁵ באינטרנט, והפרמטרים העיקריים ניתנים כאן בטבלה 1. אפשר לראות שאין דמיון רב בין התוצאות השונות. כך, למשל, אם מסתכלים על הקוארציטיב לשדה בכיוון x, התוצאה של מסי 1 היא 0.1mT, ושל מסי 3 היא 9.8mT, כלומר הפרש של שני סדרי-גודל! בכיוון הציר הארוך ביותר, y, ההפרש יותר קטן, אבל גם כאן יש פער של סדר גודל בין התוצאות, וגם במגנט השיורי יש הבדלים גדולים מאוד.

יש לשים לב במיוחד כי זאת איננה השוואה בין תיאוריה לניסיון, ששם אפשר תמיד לחשוך כי יש תופעות נסיוניות שלא הובאו בחשבון בתיאוריה. למשל ידוע כי חיספוס של פני-הדגם משפיע על התכונות המגנטיות, רק שאין יודעים

שנת לימודים טובה ופוריה!

מערכת "תהודה"
וקבוצת הפיזיקה
במחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע