

החוק השני והשלישי של ניוטון במהלך התנגשות

או חשיפת אמת פיזיקלית על ידי "תיקון" נתונים שהתקבלו באמצעות V-Scope

עודד ירון, בית הספר למדעים ואומנויות, ירושלים והמחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות

בהנחה שחוקי ניוטון אכן תקפים בזמן ההתנגשות:
- לפי החוק השלישי הכוחות הפועלים על שתי העגלות שווים בגודלם והפוכים בכיוונם, כלומר:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

הם הכוחות הפועלים על שתי העגלות בהתאמה. \vec{F}_1, \vec{F}_2

-לפי החוק השני (בהנחת חיכוך זניח):

$$m_1 a_1 = -m_2 a_2$$

הן המסות והתאוצות של שתי העגלות בהתאמה. a_1, a_2, m_1, m_2

$$\frac{a_2}{a_1} = -\frac{m_1}{m_2} \quad \text{מכאן:}$$

יחס התאוצות של שתי העגלות אמור להיות קבוע במהלך ההתנגשות, וערכו כחיס ההפוך של מסות שתי העגלות. כאמור, בניסוי זה מסת העגלה הראשונה כפולה בקירוב ממסת העגלה השנייה.

$$\frac{a_2}{a_1} \approx -2 \quad \text{לכן:}$$

מהנוסחה האחרונה נובע הקריטריון לפיו נבחן את התנהגות המערכת:

אם אכן יחס התאוצות, במהלך ההתנגשות קבוע וערכו -2 בקירוב נוכל לומר שהמערכת מתנהגת בהתאם למצופה לפי חוקי ניוטון.

תוצאות הניסוי

נתוני המקום והתאוצה הגולמיים (ללא מיצוע) יוצאו לגיליון excel.

בתרשים 2 מופיעים גרפי המקום והתאוצה של שתי העגלות במהלך התנועה. (גרפי התאוצה מוכפלים במקדם כדי להתאימם לקנה המידה בשרטוט). ניתן להבחין שההתנגשות מתרחשת בין נקודות הזמן 0.1 ו-0.42 שניות בקירוב. בהמשך אתייחס לפרק זמן זה בלבד.

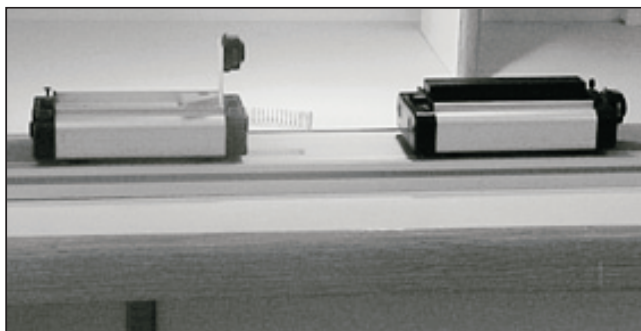
זמן הדגימה במהלך הניסוי היה 10 מילישניות.

ה-V-Scope הוא כלי מעולה למעקב אחר גופים הנעים במרחב. רציתי לנצל אותו כדי לעקוב אחר התנגשות בין שתי עגלות הנעות על מסילה אופקית ובעלת חיכוך זניח יחסית לכוחות הפועלים בזמן ההתנגשות. במיוחד ביקשתי לגלות האם תוצאות המעקב "מאשרות" את החוק השני והחוק השלישי של ניוטון.

מצאתי שאכן ניתן להראות שהעגלות "מצייתות" לחוקי ניוטון אך רק בתנאי שמבצעים שינוי בטבלאות הנתונים שמייצר ה-V-Scope כדי להתגבר על בעיה עקרונית הטבועה במערכת.

תאור הניסוי

שתי העגלות עומדות על המסילה (ערכת דינמיקה של Pasco) במרחק קטן זו מזו. לאחת העגלות הצמדתי קפיץ דחיס כדי להאריך את משך ההתנגשות כך שיתאים לקצבי הדגימה של ה-V-Scope. לשתי העגלות הוצמדו כפתורים: צהוב לראשונה וירוק לשנייה. כמו כן הוספתי משקולת לעגלה ה"צהובה" באופן שמסתה היתה כפולה בקירוב ממסת העגלה ה"ירוקה" (ראה תרשים 1).



תרשים 1: מצב המערכת לפני התחלת התנועה

העגלות, נדחפות ידנית זו לקראת זו עד שהקפיץ נמצא במגע עם שתי העגלות, נדחס ומשתחרר כשהעגלות מתרחקות זו מזו.

בעבודה זו אתייחס לזמן ההתנגשות בלבד, הוא הזמן שבו היה הקפיץ במגע עם שתי העגלות.



תרשים 2: גרפי המקום והתאוצה של שתי העגלות לפני ההתנגשות, במהלכה ואחריה



תרשים 3: היחס בין תאוצות שתי העגלות בזמן ההתנגשות, לפי הנתונים המקוריים של ה-V-Scope, בהשוואה ליחס ההפוך של המסות.

מתנהגת המערכת כאילו בחלקה הראשון של ההתנגשות יחס התאוצות **גדול** מהמצופה לפי הקריטריון שקבעתי, בעוד שבחלקה השני הוא **קטן** ממנו.

לו עצרנו בנקודה זו יכולנו לקבוע בצער שהמערכת "לא סיפקה את הסחורה".

שלוש סיבות אפשריות להסברת הכישלון:

- * חוקי ניוטון אינם תקפים במערכת זו...
- * המודל לפני הכוח היחיד הפועל על העגלות הוא כוח הקפיץ פשטני מדי ואולי יש להתחשב בגורמים נוספים שהזנחנו.
- * מערכת המדידה "מזייפת".

מתרשים 2 ניתן לראות שהתאוצות המקסימליות של שתי העגלות, המתרחשות כאשר הקפיץ מגיע לשיא דחיסתו, אינן מופיעות בנקודת זמן אחת כפי שמתרחש במציאות. למעשה התאוצה ה"ירוקה" נראית מקדימה (בשתי מאיות השניה) את התאוצה ה"צהובה", עובדה זו היא אחת מנקודות המוצא למאמר זה.

תרשים 3 מתאר את יחס התאוצות עבור כל נקודה במהלך ההתנגשות בהשוואה ליחס ההפוך של המסות. כזכור מתרשים 2, ההתנגשות מתרחשת בין נקודות הזמן 0.1 ל-0.42 שניות. לפי התרשים, התוצאה אינה מאששת את חוקי ניוטון. יחס התאוצות במהלך ההתנגשות אינו קבוע כפי שציפיתי. למעשה

תרשים 4: היחס בין תאוצות שתי העגלות בזמן ההתנגשות לפי הטבלה המתוקנת.

לעגלה הראשונה. זה היה צעד ראשון בדרך לקבלת יחס אמיתי בין תאוצות המחייב יחס בין **תאוצות בו זמניות**. לשם כך הפעלתי על הטבלה המקורית שורת צעדים שכללה הכפלת מספר שורות הטבלה, הזזת עמודה אחת ביחס לשניה והסתמכות על ערכים ממוצעים כאשר לא עמדו לרשותי ערכים מדודים, וזאת מתוך הכרה שהשגיאה הנוצרת כתוצאה מכך קטנה ללא ספק מהשגיאה המובנית בטבלה המקורית (ראה נספח בסוף המאמר).

השתדלתי להקטין את השגיאה הנובעת מהכנסת ערכים ממוצעים לטבלה על ידי הקטנת זמן הדגימה ככל האפשר. חישבתי פעם נוספת את יחס התאוצות במהלך ההתנגשות לפי הטבלה המתוקנת החדשה.

התוצאה מופיעה בתרשים 4. נראה לי שאין ספק שהתוצאה מדברת בעד עצמה. המערכת מתנהגת כצפוי לפי הקריטריון שנקבע. רק נקודות אחדות, בראשית ההתנגשות ובסופה, חורגות מההתנהגות הכללית. הסטייה של נקודות אלה נובעת מכך שחישוב התאוצה בהן מושפע מקטעי זמן שמחוץ להתנגשות, אך גם מהעובדה שהכוח שמפעיל הקפיץ על העגלות בראשית ובסוף המגע הוא קטן מאד, ויתכן שאז החיכוך אינו זניח.

סיכום

היכולת לתקן את הטבלאות שמייצר ה-V-Scope בניסויים מרובי כפתורים, מאפשרת גישה למשפחה שלמה של ניסויים מהסוג שהובא כאן. יהיו אלה בדרך כלל ניסויים שבהם

מאחר ששללתי את שתי הסיבות הראשונות, מתוך היכרותי עם המערכת, בחרתי להתמקד בשלישית. ואכן מצאתי שיש בעיה עם טבלת הנתונים כפי שהיא מתקבלת מה-V-Scope ושניתן להתגבר עליה במידה רבה על ידי "תיקון" הטבלה.

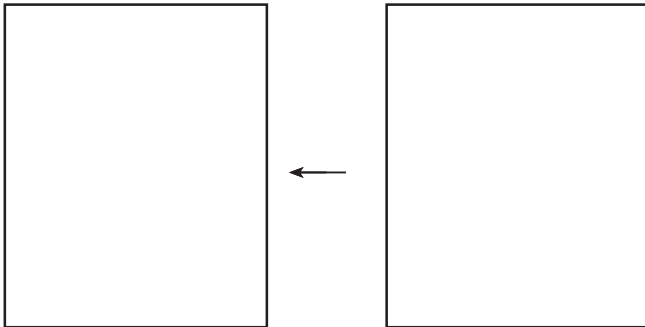
"תיקון" נתוני ה-V-Scope

מזה זמן רב שמתי לב לבעייתיות של הצגת נתוני ה-V-Scope בטבלה כאשר מעורבים בניסוי שניים או שלושה כפתורים. בעוד המערכת דוגמת את הכפתורים **בזה אחר זה**, בהפרש של זמן דגימה בין כפתור לכפתור, מציגה הטבלה את הנתונים כאילו כל הכפתורים נידגמו בו זמנית. כתוצאה מכך מופיעים בטבלה בזמן אמיתי אך ורק נתוני הכפתור הראשון שאחריו עוקבת המערכת. נתוני שאר הכפתורים מופיעים בטבלה כאילו התרחשו "בטרם עת".

אפשר להבין את הסיבות שגרמו להחלטה לארגן כך את הנתונים (פשטות, נוחות, קומפקטיות של הטבלאות), מה עוד שלשימושים רבים אין לעובדה זו השפעה יתירה. חשדתי שבמקרה שלנו יש לאופן ארגון הטבלה השפעה משמעותית על התוצאה, בעיקר בגלל שעוסקים ביחס בין שני גדלים, שאחד מהם מוזז מלאכותית בזמן, ובמיוחד כשמודדים התרחשות, כמו התנגשות, המהירה יחסית לקצב הדגימה.

ביקשתי לארגן מחדש את הטבלה כך שהתאוצות המחושבות של העגלה השניה יוזזו למקומן הנכון על ציר הזמן ביחס

עכשיו יש למקם את ערכי התאוצה של הכפתור השני (הירוק) במקומם הנכון על ציר הזמן, בהפרש של זמן דגימה אחד אחרי הכפתור הראשון. לשם כך יש להזיז את כל העמודה השלישית שורה אחת למטה (ראה תרשים 7).



תרשים 8: מילוי התאים הריקים עם הערכים הממוצעים של שני התאים הסמוכים

תרשים 7: הזזת עמודת התאוצה "הירוקה" על ציר הזמן

לבסוף יש למלא את התאים הריקים, המודגשים, המייצגים ערכים שלא נמדדו בניסוי כדי שנוכל בהמשך לחשב את יחסי התאוצות. בחרתי, כאמור, בפתרון הפשוט שבו הערך של כל תא ריק הוא **הממוצע** של שני התאים הסמוכים לו מעליו ומתחתיו (ראה תרשים 8).

תהודה

תגובת מפתחי V-Scope

תודה לעודד ירון על העבודה היסודית. הליקוי שהאיר עודד פגם ביכולת הייחודית של מערכת V-Scope לניתוח תנועה בו-זמנית של מספר גופים. בעקבות הערותיו של עודד שונתה תוכנת V-Scope for Windows כך שתאפשר ניתוח כמותי, מיידי ומדוייק, ללא צורך באמצעים אחרים. בכל מדידה שבה פועל יותר מכפתור אחד מוזזות הדגימות למקומן היחסי הנכון בציר הזמן, והתוכנה משחזרת ומשלימה נקודות ביניים שלא נמדדו בפועל. העיבוד מתבצע אוטומטית לאחר סיום ההקלטה, והערכים מופיעים מיד ב-REPLAY בכל התצוגות (גרפים, טבלאות ומכשירי המדידה).

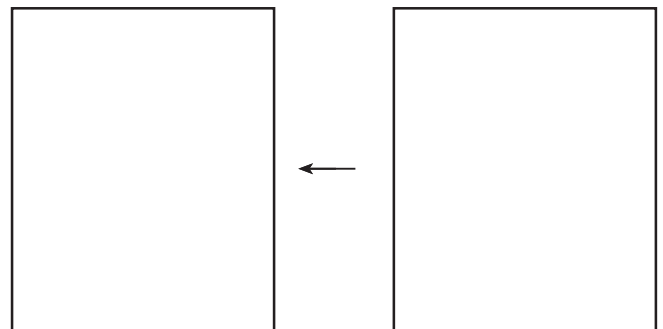
שינוי זה יכלל, יחד עם עדכונים נוספים, בגרסה הרשמית הבאה של תוכנת VSW. בינתיים, מורה המעוניין לקבל את גרסת התוכנה המתוקנת מוזמן לפנות למחלקת השרות של "אשד רובוטק" לשרית או לאבישי, טל. 03-9004141,2 או לעדי שמורק טל. 03-9004149.

איקי ירון

נעקוב אחר תופעות מהירות יחסית לזמן הדגימה ונתעניין ביחסים **כמותיים** בין הגדלים הנמדדים. לדוגמה, מתבקש לבדוק קיום חוקי שימור (תנע ואנרגיה) במהלך הניסוי. פניתי אל מפתחי התוכנה בבקשה לפעול לשיפורה כדי להעמיד זמנים על דיוקם, ולאחר שהבאתי את המאמר לידיעתם פעלו מייד ופיתחו תוך זמן קצר גרסה מחודשת המיישמת את לקחי המאמר (ראה תגובת המפתחים בהמשך). לבסוף, כדאי ללמוד מהנאמר כאן שעם כל עוצמתם של הכלים הממוחשבים למיניהם, שנכנסים היום למעבדות, אין להסתמך עליהם בצורה עיוורת, אלא יש להשתמש בכלים הביקורתיים העומדים לרשותנו. כדאי להנחיל התיחסות זאת גם לתלמידים.

נספח

עד שנראה את הגרסה המשופרת של התוכנה בשוק, נביא כמה הנחיות לביצוע השלבים השונים במעבר מהטבלה המקורית למתוקנת.



תרשים 6: קטע מהטבלה שבתרשים 5 בתוספת שורות זמני ביניים

תרשים 5: קטע מהטבלה שנבנתה בגיליון מנתוני ה-V-Scope המקוריים

כפי שאפשר לראות, ההפרשים בעמודת הזמן הם של 0.02 שניות בעוד שזמן הדגימה (sampling period) בניסוי היה 0.01 שניות. ההפרש נובע מהעובדה שכדי לדגום את שני הכפתורים יש צורך בזמן כפול מאחר והם נדגמים בזה אחר זה. הצעד הבא הוא להכניס שורה ריקה בין כל שתי שורות קיימות כדי להכניס הפרשי זמן של 0.01 שניות. לדוגמה, כדי להכניס שורה ריקה בין השורות 3 ו-4 מסמנים את השורה 4 ובתפריט בוחרים **הוספה/שורות**. יש לחזור על התהליך עבור יתר השורות. אם מדובר בשורות רבות יתכן שכדאי לבנות תוכנית מאקרו שתבצע את התהליך על כל הגיליון. בשלב זה יש להוסיף את זמני הביניים בעמודת הזמן (ראה תרשים 6).