פעולת מראה כדורית ועדשה קמורה לפי עקרון הויגנס

שלמה פישר, בית-ספר תיכון אורט רמות, ירושלים
ורפי כהן, המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

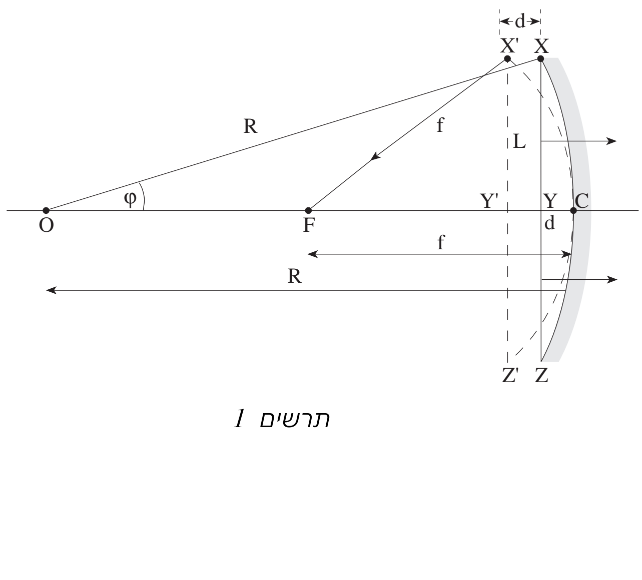
נהוג ללמד את עקרון הויגנס במסגרת המודל הגלי של האור, כאמצעי לפתרון בעיות הקשורות בהתפשטות גלים. בלימודי האופטיקה הגיאומטרית, כאשר זו נלמדת אחרי תורת הגלים, ננטש עקרון הויגנס לטובת השימוש בקרניים וההסבר מתבצע בעזרת הקרניים העיקריות. בכך נוצר נתק בין לימודי האופטיקה הגיאומטרית לבין לימודי האופטיקה הפיסיקלית. מאמר זה מהווה נסיון להראות שעקרון הויגנס מאפשר להסביר גם את התכונות המקובלות עלינו כתכונות הקשורות באופטיקה גיאומטרית, כגון החזרה ושבירה על ידי שימוש בעקרון הויגנס, ללא שימוש בקרניים. נדגים זאת על ידי הסבר אופן הפעולה של מראה קעורה ועדשה מישורית קמורה, בצורה איכותית תחילה ולאחר מכן גם בצורה כמותית.

תיאור איכותי

1. מראה קעורה

נדגים פעולה של מראה קעורה ועדשה מישורית-קמורה (מרכזת).

בתרשים 1 מתוארת מראה קעורה בעלת מרכז C. הנקודה O היא מרכז הכדור שהמראה מהווה כיפה ממנו, ונסמן OC=R. הישר XYZ מסמן את החזית של גל מישורי, המתקדם לאורך הציר OC בכיוון ימינה. עד שהנקודה Y

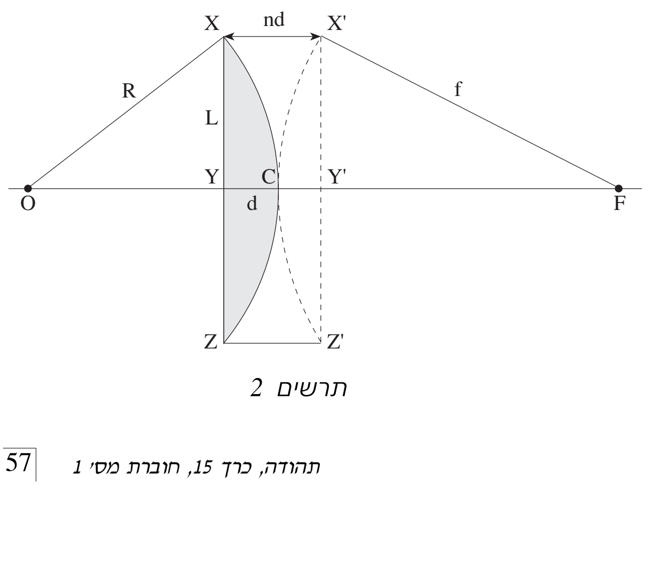


תרשים 1

מגיעה ל-C, הגל המישורי פוגע במראה לראשונה בנקודות X ו- Z ומוחזר מהן. הנקודות X ו-Z יוצרות גלים משניים (המראה מתפקדת כמחסום) המגיעים ל-'X ו-'Z באופן שהמרחקים 'XX ו-'ZZ שווים ל-YC שנקרא לו d. לכן נוצרת חזית גל חדשה 'X'CZ (הקו המקווקו) אשר מרכזה ב-F משמאלה. על ידי החזרה ממראה קעורה יצרנו חזית גל כדורית מחזית גל מישורי הפוגע בה.

2. עדשה מישורית קמורה

בתרשים 2 מתוארת עדשה מישורית קמורה שעוביה YC=d, עשויה מחומר שקוף בעל מקדם שבירה n. כקודם, C הוא מרכז העדשה ו-O מרכז העקמומיות. עד שהנקודה Y על חזית הגל XYZ מגיעה ל-C, X ו-Z עוברות מרחק nd (משום שמהירות הגל באוויר גדולה פי n ממהירותו בחומר העדשה). נוצרת חזית גל כדורי חדשה אשר מרכזה ב-F מימין לעדשה. מאחר והתעקמות חזית הגל נוצרת כתוצאה מפיגור החלק המרכזי שלה בעוברו דרך החומר השקוף, אין זה משנה באיזה כיוון נע הגל יחסית לעדשה, ומרחק המוקד f יחסית לעדשה אינו תלוי באיזה צד פוגע הגל. כמו-כן קל להבין, שאם מקדם השבירה n של חומר העדשה קטן ממקדם השבירה של הסביבה, דווקא החלק המרכזי של חזית הגל יקדים את הצדדים, ותתקבל חזית גל מתבדרת שמרכזה משמאל לעדשה ייקרא מוקד מדומה. במקרה זה, למרות צורתה הגיאומטרית, תפעל העדשה *כמפזרת*.



תרשים 2

תיאור כמותי

1. מראה קעורה

כדי לחשב את CF, כלומר רוחק המוקד f בשני המקרים, נשתמש במשפט פיתגורס. תחילה נחשב את f במראה (תרשים 1). נסמן ב-L את הקטע XY .

אזי, במשולש OXY, $(R-d)^2 + L^2 = R^2$

מכאן:

$$2Rd = d^2 + L^2 \qquad (1)$$

כל עוד הזוית φ קטנה, המרחק d קטן בהשוואה לכל המרחקים בתרשים, ולכן d^2 זניח לעומת L^2. מכאן:

$$2Rd \approx L^2 \qquad (2)$$

מאידך, במשולש; FX'Y', ניתן לכתוב:

$$(f-2d)^2 + L^2 = f^2$$

$$4df = 4d^2 + L^2 \qquad (3)$$

כקודם, $4d^2 << L^2$ ולכן:

$$4df = L^2 \qquad (4)$$

מהמשוואות (4) ו-(2) נובע כי:

$$2df = 2dR$$

ומכאן:

$$\boxed{f = \frac{R}{2}}$$

כלומר מרחק המוקד של מראה כדורית שווה למחצית רדיוס הכדור ממנו נגזרה המראה.

2. עדשה מישורית קמורה

עתה נחשב את f בעדשה (תרשים 2).

במשולש OXY, מגיעים כקודם למשוואה (2) :

$$2Rd = L^2 \qquad (5)$$

במשולש FX'Y' ניתן לכתוב:

$$(f-(n-1)d)^2 + L^2 = f^2$$

ומכאן:

$$2f(n-1)d = (n-1)^2 d^2 + L^2 \qquad (6)$$

באותה מסגרת של קירובים כקודם, נכתוב:

$$2f(n-1)d \approx L^2 \qquad (7)$$

מן המשוואות (5) ו-(7) נובע כי:

$$2dR = 2f(n-1)d$$

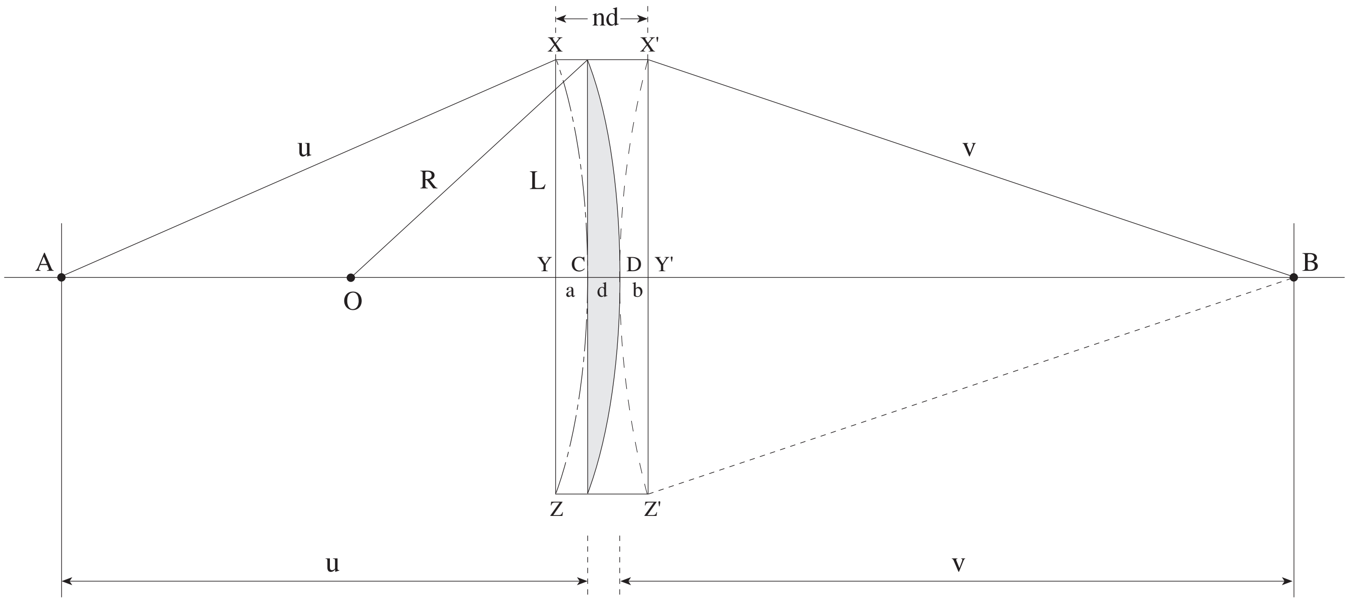
ולכן:

$$f = \frac{R}{n-1}$$

או

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R}}$$

נדון עוד במקרה בו חזית הגל הפוגע היא חזית של ***גל כדורי*** הבא ממקור נקודתי A (עצם), ופוגע בעדשה מישורית קמורה שעוביה במרכז d. (תרשים 3)



תרשים 3

משוואה (2) עדיין תקפה, ולכן:

$$2RL = L^2 \qquad (8)$$

משוואה (2) עדיין תקפה, ולכן

$$2Rd = L^2 \qquad (8)$$

במשולש AXY: $(u-a)^2 + L^2 = u^2$

ומכאן (a<<L): $2ua = L^2 \qquad (9)$

במשולש BX'Y': $(v - b)^2 + L^2 = v^2$

ומכאן (b<<L): $2vb = L^2 \qquad (10)$

מן התרשים נובע כי: $a + d + b = nd$

כלומר: $a + b = (n-1)d \qquad (11)$

נציב ערכים ל- a,b,d מן המשוואות (8), (9), (10). נקבל

$$\frac{L^2}{2u} + \frac{L^2}{2v} = (n-1)\frac{L^2}{2R}$$

אחרי צימצום מקבלים:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = (n-1)\frac{1}{R} \qquad (12)$$

סופית מקבלת הנוסחה את צורתה הידועה:

$$\boxed{\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}}$$