

הצעות ורעיונות

הזרם החשמלי וחוק אום לפי מודל Drude

אלני רפ, מיכאל ניימן ויהודה רוט, המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים, הטכניון, קרית הטכניון, חיפה

תקציר

מודל דרודה (1900) הינו מודל המסביר את תופעת המוליכות החשמלית בהסתמך על המכניקה הקלאסית. למרות שהמודל פשוט ומקורב ואינו לוקח בחשבון אפקטים קוואנטיים עדיין אפשר להגיע באמצעותו לחישוב מקורב של מוליכות סגולית של מתכות.

מילות מפתח:

חוק אום, מוליכות חשמלית, מודל דרודה.

להבין את הסיבה לקיומו של התחום הרחב יחסית של מתחים עבורם מתקיים חוק אום.

למתכות טהורות מבנה מיקרוסקופי פשוט, עבורן קל יותר לבנות מודלים לתיאור תופעת ההולכה. מודל כזה, המבוסס על המכניקה הקלאסית, הוצע ב-1900 ע"י דרודה (Drude)^{1a}. במהלך המאה העשרים, בעקבות התפתחותה של המכניקה הקוואנטית, חלו במודל שינויים שהביאו בחשבון אפקטים קוואנטיים ואף הוגדרו מודלים כלליים יותר. למרות האמור לעיל, מודל דרודה משמש גם בימינו לצורך חישוב פשוט ומקורב של התנגדות סגולית של מתכות שונות, ובאמצעותו ניתן להבין את תכונותיהן המיקרוסקופיות. המאמר המובא כאן מבוסס בעיקרו על מודל דרודה.

מבנה מיקרוסקופי של מתכת

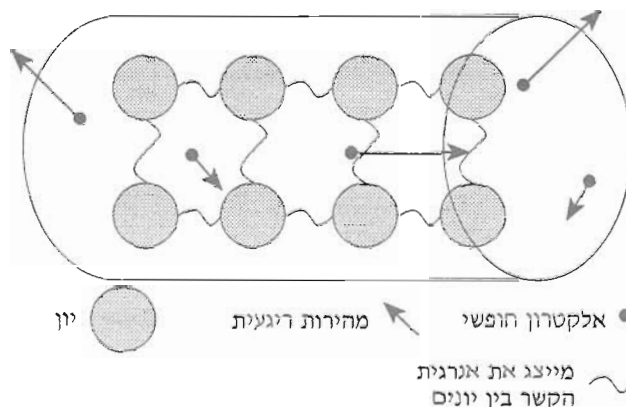
האטומים במתכת מסודרים במבנה סריגי מחזורי הקרוי גביש. האלקטרונים קשורים ברובם לגרעיני האטומים, והיתר הינם אלקטרונים הניידים במתכת ולכן נקראים אלקטרונים חופשיים. האטומים שתורמים את האלקטרונים החופשיים נשארים טעונים חיובית ולכן נקראים יונים (ראה תרשים 1). יונים אלה, הקשורים בעזרת כוחות חשמליים, אינם ניידים אך מבצעים תנודות סביב לנקודות שיווי המשקל שלהם בגביש. במהלך תנועתם האלקטרונים החופשיים מחליפים אנרגיה עם היונים. לאלקטרונים החופשיים וליונים אנרגיה תרמית התלויה בטמפרטורה של המתכת.

מושג הזרם, כמו למשל זרימה של נוזל, מוכר לנו מחיי יום יום. לפיכך קל לנו להטמיע את מושג הזרם החשמלי על ידי אנלוגיה בינו לבין זרמים אחרים המוכרים לנו. נטיה טבעית היא לכן לחפש אנלוגיה של תכונות חשמליות הקשורות לזרם חשמלי עם תופעות מוכרות מחיי יום יום. גישה זו, עם כל יתרונה, עלולה להוביל לתפיסות מוטעות של המושג הפיסיקלי הנידון. אחת הדוגמאות הנפוצות להמחשת מושג ההתנגדות החשמלית, היא האנלוגיה לגולות המדרדרות לאורך מדרון ונתקלות במכשולים. האטת הגולות על-ידי המכשולים, מייצגת לכאורה את תופעת ההתנגדות. כפי שנראה בהמשך, אנלוגיה זו רחוקה מלייצג התנגדות חשמלית. מטרת מאמר זה היא להציג תמונה אמינה יותר של מושג ההתנגדות על ידי ניתוח מיקרוסקופי של המבנה והתהליכים המתרחשים במתכת.

כאשר בודקים באופן ניסיוני את הקשר בין המתח לזרם, מקבלים בתחום רחב למדי של מתחים יחס ישר. תופעה זו מוכרת כ**חוק אום**, בו ההתנגדות מוגדרת כיחס בין המתח בין קצות דגם לזרם העובר דרכו. במערכות רבות בפיסיקה אומנם קיים יחס לינארי בין גדלים פיסיקליים, אולם יחס זה מתקיים בדרך כלל בתחום צר. המיוחד במקרה זה הוא התחום ה**רחב יחסית** בו הקשר הליניארי מתקיים, והשלכותיו המעשיות הרבות.

במאה השנים האחרונות, עם ההתקדמות בהבנת מבנה הפנימי של החומר היו ניסיונות למצוא מודלים מיקרוסקופיים להסברת תופעת ההולכה. במודלים אלו ניסו

מהירות אלקטרון חופשי בטמפרטורת החדר הוא מסדר גודל של $10^5 \frac{m}{s}$. מצד שני, מהירות הסחיפה בה מתקדם במוצע אלקטרון לאורך תיל הנושא זרם של 1 אמפר (נראה זאת בהמשך) הינה מסדר גודל של $10^{-4} \frac{m}{s}$ (עבור תיל אלומיניום בעל קוטר של 1 mm). **כלומר, מהירות הסחיפה האופיינית של האלקטרונים במתכת קטנה בתשעה סדרי גודל מערכה של המהירות התרמית.** מדוע אם כן לא מודדים זרם עצום במצב של שיווי משקל תרמי?



תרשים 1: תיאור סכימטי של אלקטרונים ויונים בגביש מתכת

התנועה התרמית של האלקטרונים במצב של שיווי משקל תרמי אקראית לחלוטין (אין העדפה לכיוון מסויים), כאשר האקראיות היא במקום ובזמן. משמעות האקראיות במקום היא שברגע נתון מהירויות האלקטרונים באיזורים שונים בדגם שונות גם בגודלן וגם בכיוונן, כך שאם נמצע את המהירויות על כל הדגם ברגע נתון נקבל כי המהירות הממוצעת של כל האלקטרונים החופשיים תתאפס בקירוב (עבור דגם מספיק גדול). תוצאה זו תשאר נכונה בכל רגע נתון. מהאמור לעיל אנו למדים שמיצוע על המקום הוא למעשה מיצוע על מספר רב של אלקטרונים. מאידך, אם נעקוב אחר אלקטרון יחיד, נקבל כי מהירותו משתנה מהתנגשות להתנגשות. האקראיות בזמן פירושה: ממוצע ווקטור המהירות של האלקטרון לאורך זמן ארוך מאוד (ביחס לזמן בין ההתנגשויות) הינו אפס.

מדידת הזרם על ידי מכשיר מדידה מאקרוסקופי היא מדידה של זרם ממוצע, כאשר המיצוע נעשה גם על הזמן וגם על מספר האלקטרונים. אם נחבר מד-זרם למעגל ללא מקור מתח, אומנם יתכן שבאופן רגעי האלקטרונים ינועו במוצע בכיוון מסוים (כתוצאה מפלוקטואציות סטטיסטיות), אך בטרם יראה המכשיר את קריאת הזרם יספיקו האלקטרונים לשנות את כיוון תנועתם באופן אקראי מספר רב של פעמים, כך שערך הזרם הנמדד יבטא את מהירותם הממוצעת של האלקטרונים בזמן, ולכן יראה המכשיר שאין זרם במערכת. המיצוע על מספר האלקטרונים נובע מכושר ההפרדה של מכשיר המדידה (הזרם המינימלי הניתן למדידה).

תופעת ההולכה החשמלית על פי מודל דרודה מבוססת על התיאור הנ"ל ועל ההנחות הבאות:

- א. החלפת האנרגיה בין היונים לאלקטרונים החופשיים מתרחשת רק על-ידי התנגשויות*. בין ההתנגשויות, הכוחות החשמליים בין האלקטרונים החופשיים לבין עצמם, ובינם לבין היונים, אינם מובאים בחשבון.
- ב. ההתנגשות מתרחשת בפרק זמן קצר מאוד ביחס לזמן האופייני בין ההתנגשויות.
- ג. לאחר ההתנגשויות האלקטרונים מתפזרים בכיוונים אקראיים.

תיאור קלאסי מיקרוסקופי של מתכות בשיווי משקל תרמי.

על מנת לתאר מוליכות במתכות יש להבין תחילה את המתרחש במתכת הנמצאת במצב של שיווי משקל תרמי לפני היבורה למתח חיצוני. מודל דרודה מתייחס אל האלקטרונים החופשיים כאל גז הכלוא בתוך המוצק ונמצא בשיווי משקל תרמי עם היונים. העברת האנרגיה מגז זה ליונים מתרחשת על ידי התנגשויות ריגעיות בין היונים לאלקטרונים החופשיים. בין ההתנגשויות, האלקטרונים החופשיים נעים בכיוונים אקראיים, כאשר הערך הממוצע של ריבוע מהירויותיהם תלוי בטמפרטורה. על מנת לקבל הערכה על סדר הגודל של מהירות האלקטרונים בשיווי משקל תרמי (מהירות תרמית) נשווה מהירות זו למהירות ההתקדמות הממוצעת (מהירות הסחיפה) במעגל חשמלי. לפי עקרון החלוקה השווה², מקבלים שגודלה האפקטיבי של

* התנגשות מתרחשת במרחקים הקצרים מאוד ביחס למרחקים בין היונים

לסיכום: אומנם האלקטרונים נעים במהירויות גדולות אך תנועתם האקראית והעובדה שהמהירות הינה ווקטור גורמת לכך שמהירותם הווקטורית הממוצעת הן בזמן והן על מספר האלקטרונים החופשיים מתאפסת. ממוצע זה הוא הגודל הנמדד ולכן מראה מכשיר מדידת הזרם את הערך אפס*.

מיצוע על הזמן, שווים** נסמן זמן ממוצע זה ב- τ . זמן זה תלוי בטמפרטורה ובסוג החומר. כאשר הטמפרטורה עולה, המהירות התרמית של האלקטרונים החופשיים גדלה וכן גדלות תנודות היונים. שתי תוצאות אלה מגדילות את סיכויי ההתנגשות בין אלקטרון חופשי ליון, ולכן גורמות להקטנת הזמן הממוצע בין התנגשויות עם עליית הטמפרטורה. ערכו של הזמן הממוצע בין התנגשויות נמוך מאוד; לדוגמה, בנחושת בטמפרטורת החדר ערכו של τ הוא $\tau \approx 2 \cdot 10^{-14}$ s. מכיוון שזמני התגובה של מכשירי המדידה ארוכים בהרבה מזמן זה, מודדים רק ערכים ממוצעים על פרקי זמן הארוכים מאוד יחסית ל- τ . כפי שכבר ציינו, במקרה זה המהירות הווקטורית הממוצעת של האלקטרונים החופשיים מתאפסת.

המרחק הממוצע בין התנגשויות - ℓ : המהלך החופשי הממוצע של האלקטרונים.

המרחק הממוצע ℓ שעובר אלקטרון בין שתי התנגשויות ניתן להערכה על ידי הכפלת הערך הממוצע של גודל המהירות התרמית בזמן τ . בטמפרטורת החדר, אורך זה, המתקבל מהמודל, הינו מסדר גודל של המרחקים הבין אטומיים; כלומר בתחום שבין 1 \AA ל- 10 \AA . נציין שדגמי מתכות בעלות מימדים שהם מסדרי גודל של אנגסטרומים בודדים מכילות מספר מועט של חלקיקים, ולכן לא ניתן להגדיר עבורם גדלים תרמודינמיים דוגמת הטמפרטורה וכיו"ב. לפיכך, על מנת שנוכל למדוד ממוצעים סטטיסטיים על מספר רב של חלקיקים מימדי דגם המתכת חייבים להיות גדולים מאוד ביחס למהלך החופשי הממוצע***.

תיאור מיקרוסקופי של תיל מתכת המחובר למתח חיצוני.

תנועת האלקטרונים החופשיים במתכת כאשר מחברים תיל מתכת למתח חיצוני נוצר בו שדה חשמלי. כתוצאה מכך **בין התנגשות להתנגשות** האלקטרונים החופשיים מואצים בכיוון השדה. בשדות שאינם חזקים מאד, כך שחוק אום עדיין מתקיים, המהירויות הממוצעות שרוכשים האלקטרונים בתהליך

מכל האמור לעיל מובן שהתיאור הסטטיסטי שלנו נכון כאשר מדידות הזרם נעשות בפרקי זמן ארוכים יחסית לזמן "מיקרוסקופי" אופייני. כמו כן, על מימדי המתכת להיות גדולים ביחס לאורך מיקרוסקופי אופייני. שני גדלים מיקרוסקופיים אלו שהם בעלי חשיבות בקביעת התנגדותה של מתכת מוגדרים בצורה הבאה:

זמן ממוצע בין התנגשויות - τ .

האלקטרונים החופשיים נעים באופן אקראי ומתנגשים ביונים. לפי מודל דרודה, אלקטרון חופשי המתנגש ביון משנה את כיוון תנועתו באופן אקראי. בפרק הזמן שבין ההתנגשויות אין השפעה הדדית בין היונים לבין האלקטרונים החופשיים. אומנם הזמן העובר בין התנגשות אחת לשנייה אינו קבוע, אך כפי שראינו בדיון על משמעות מדידת הזרם אנו מודדים גדלים ממוצעים. כך גם נעשה עבור הזמן בין ההתנגשויות כאשר מגדירים זמן אופייני כזמן **הממוצע** בין שתי התנגשויות. ניתן לחשב ממוצע זה בשני אופנים: אפשרות אחת היא מיצוע בזמן עבור אלקטרון בודד. כלומר בוחנים אלקטרון אחד שביצע מספר רב של התנגשויות ומוצאים את הזמן הממוצע להתנגשות אחת. אפשרות שניה היא על-ידי מיצוע על כלל האלקטרונים: אם ניסתכל על כל האלקטרונים החופשיים בזמן נתון נמצא אלקטרונים שחלף פרק זמן קצר מהתנגשותם האחרונה, ובו בעת אלקטרונים שחלף פרק זמן ארוך יחסית מהתנגשותם האחרונה וכיו"ב. ניתן לפיכך להגדיר את הזמן הממוצע שחלף מרגע ההתנגשות האחרונה עד זמן המדידה. מיצוע זה נעשה על כל האלקטרונים החופשיים. ערכי הזמן האופייני, המחושבים פעם על ידי מיצוע על האלקטרונים ופעם על ידי

* הסטייה מהערך הממוצע של המהירויות גורמת לרעש הנלווה למדידות זרם המשתנה בזמן. רעש זה המכונה רעש ג'ונסון, יידון במאמר נפרד.

** תוצאה זו מפתיעה ונובעת מהביטוי המייצג את הסיכוי להתנגשות בזמן נתון. סיכוי זה מתקבל מהתפלגות פואסון^b

*** דיון מעמיק יותר בסוגיה זאת קיים במאמר הון במערכות מזוסקופיות.³

וההולכה תהיה גדולה יותר (התנגדותה קטנה יותר). כמו כן, ככל שהזמן הממוצע בין התנגשויות יגדל, תגדל מהירות הסחיפה, יגדל הזרם ולכן תגדל ההולכה.

לסיכום:

1. ההולכה החשמלית של מתכת גדולה יותר ככל שצפיפות האלקטרונים החופשיים גדולה יותר וככל שהזמן הממוצע τ בין התנגשויות גדול יותר.
2. שני פרמטרים אלו אינם תלויים, בקירוב ראשון, בשדה החיצוני, ולכן גם ההולכה אינה תלויה בשדה החיצוני. עבור שדות הגבוהים מ-30000 $V \cdot cm^{-1}$, קירוב זה אינו תקף.

דיון כמותי בחוק אום.

חוק אום קושר בין המתח בקצות דגם המתכת לבין הזרם העובר דרכו. הזרם נוצר כתוצאה מתנועת האלקטרונים החופשיים בשדה הכוח שיוצר מקור המתח. חישוב כמותי של הזרם דרך דגם המתכת מצריך שימוש בחוק השני של ניוטון הקושר בין תאוצתו של גוף לכוח הפועל עליו.

כאשר מפעילים כוח \vec{F} על חלקיק בעל מסה m הנע במהירות קצובה \vec{v}_0 , הוא מאיץ בתאוצה \vec{a} , הנתונה, לפי החוק השני של ניוטון, על ידי: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

עבור כוח קבוע תאוצה זו קבועה, ולכן מהירות החלקיק כעבור זמן t נתונה על-ידי:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = \vec{v}_0 + \frac{\vec{F}}{m}t$$

אם הכוח \vec{F} הוא כוח חשמלי, ומטען החלקיק q , קיים $\vec{F} = q\vec{E}$, כאשר \vec{E} הוא עוצמת השדה החשמלי. נציין שהמהירות בזמן $t = 0$ אינה בהכרח בכיוון הכוח החשמלי. לעומת זאת תרומת האיבר השני למהירות היא רק בכיוון

הכוח החשמלי. נציב $\vec{F} = q\vec{E}$ בביטוי למהירות ונקבל:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{q\vec{E}}{m}t$$

חישוב מהירות הסחיפה-ממוצע על האלקטרונים החופשיים.

המשוואה שקיבלנו עבור המהירות הנגרמת כתוצאה מהשדה החשמלי, מתקיימת בזמן שבין התנגשויות של האלקטרונים ביונים. מתוך אותה המשוואה נקבל שמהירותו של האלקטרון החופשי i ברגע המדידה נתונה על ידי:

ההאצה קטנות בסדרי גודל רבים מהמהירות התרמית. לכן, **למרות שינויי מהירויות קטנים אלו הנובעים מהשדה החשמלי, לא חל שינוי בזמן הממוצע τ בין ההתנגשויות.**

כיצד מתקדמים האלקטרונים החופשיים כך שנוצר זרם לאורך המוליך? במודל דרודה מניחים שאופי ההתנגשויות בין האלקטרונים החופשיים ליונים אינו משתנה גם בנוכחות השדה החשמלי. כלומר, אלקטרונים חופשיים המתנגשים ביונים עדיין מתפזרים בכיוון אקראי למרות נוכחות השדה. בפרק הזמן בין ההתנגשויות, גורם השדה החשמלי בנוסף לתנועה התרמית, לתוספת של מהירות **בכיוון השדה החשמלי**. אם נבדוק את תוספת מהירות האלקטרונים שנרכשה מהשדה ברגע נתון, שוב נמצא אלקטרונים שחלף זמן קצר מאז התנגשותם האחרונה ואלקטרונים אחרים שחלף זמן יותר ארוך מאז התנגשותם האחרונה. לפיכך המהירות הממוצעת של האלקטרונים בכל רגע נתון אינה מתאפסת; ערכה תלוי בעוצמת השדה החשמלי ובזמן האופייני τ . כזכור, השדה החשמלי גורם בין התנגשות להתנגשות להאצה של האלקטרונים (בנוסף לאנרגיה התרמית). עם גידול השדה גדל ערכה של התאוצה ולכן גדל ערכה של המהירות הממוצעת. מהירותם של האלקטרונים החופשיים גדלה בזמן שבין התנגשות להתנגשות. לכן ככל שהזמן בין ההתנגשויות יארך יספיקו האלקטרונים לצבור מהירות גדולה יותר. לפיכך, ככל שהזמן הממוצע בין התנגשויות τ יגדל, תגדל המהירות הממוצעת של האלקטרונים החופשיים.

מספר נושאי המטען החופשיים

צפיפות האלקטרונים החופשיים במתכת תלויה בסוג המתכת, והיא אינה תלויה במתח החיצוני. מכיוון שהזרם החשמלי, פרט להיותו תלוי במהירות הסחיפה, תלוי גם במספר האלקטרונים החופשיים, ככל שמספר האלקטרונים החופשיים גדול יותר, הזרם גדול יותר.

הפרמטרים בהם תלויה ההולכה

ההולכה החשמלית מייצגת תכונה של החומר שאינה תלויה במתח החיצוני. ראינו שקיימים שני גדלים המשפיעים על ההולכה ושאינם תלויים במתח. האחד הינו צפיפות האלקטרונים החופשיים (הקובע את כמות האלקטרונים נושאי הזרם) והשני הזמן הממוצע τ בין התנגשויות (המשפיע על מהירות הסחיפה). ככל שצפיפות האלקטרונים החופשיים במתכת תהיה גבוהה יותר כן יזרום בה זרם גדול יותר

$$\vec{v}^{(i)} = \vec{v}_0^{(i)} - \frac{e\vec{E}}{m} t^{(i)}$$

כאשר $-e$ מטען האלקטרון, ו- $\vec{v}_0^{(i)}$ היא המהירות של האלקטרון החופשי i מיד אחרי ההתנגשות האחרונה. מהירות זאת היא המהירות התרמית, ובמסגרת של מודל דרודה כיוונה אקראי לחלוטין (בין ההתנגשויות יש לאלקטרון כיוון תנועה מועדף בשל קיומו של השדה החשמלי. אולם מיד לאחר ההתנגשות כיוון התנועה של האלקטרון אקראי). לקבלת המהירות הממוצעת של כל האלקטרונים החופשיים, אנו ממצעים ברגע נתון על כל האלקטרונים החופשיים ומקבלים:

$$\langle \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}_0 \rangle - \frac{e\vec{E}}{m} \langle t \rangle$$

כאשר $\langle \vec{v} \rangle$ היא המהירות הממוצעת של האלקטרונים החופשיים והגודל $\langle t \rangle$ מוגדר כזמן הממוצע τ שעבר מהתנגשותם האחרונה של האלקטרונים עד רגע המדידה*. כפי שצינו, זמן זה שווה לזמן הממוצע τ בין ההתנגשויות. נציב $\langle t \rangle = \tau$ ונשתמש בעובדה ש- $\langle \vec{v}_0 \rangle = 0$ היא המהירות מיד לאחר ההתנגשות, כיוונה אקראי, ולכן בממוצע היא מתאפסת).

$$\langle \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}_0 \rangle - \frac{e\vec{E}}{m} \tau = -\frac{e\vec{E}}{m} \tau$$

$$\langle \vec{v} \rangle \equiv \langle \vec{v}_D \rangle = -\frac{e\vec{E}}{m} \tau$$

מהירות ממוצעת זו של האלקטרונים החופשיים מוגדרת **כמהירות הסחיפה** \vec{v}_D וכיוונה ככיוון השדה החשמלי.

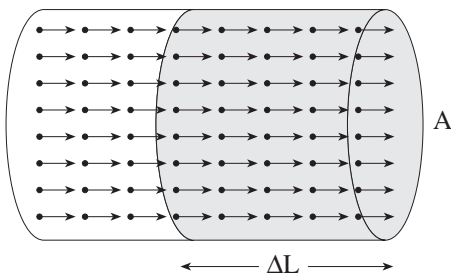
הקשר בין הזרם למהירות

הזרם החשמלי במתכת מוגדר ככמות המטען העוברת דרך חתך של מוליך ביחידת זמן. כפי שצינו, כאשר התנועה תרמית בלבד, המהירות הממוצעת מתאפסת, ולכן בממוצע אין זרם במוליך. בנוכחות מקור מתח חיצוני יש תנועה ממוצעת של האלקטרונים החופשיים בכיוון השדה החשמלי. כתוצאה מכך נכנסים אלקטרונים מצידו האחד ויוצאים מהקצה השני. מרציפות הזרם נובע שכמות האלקטרונים הנכנסת ביחידת זמן לחתך של המוליך שווה לכמות האלקטרונים היוצאת ממנו.

נניח ששטח החתך של המתכת קבוע ונתון על ידי A . נסמן את מהירות הסחיפה של האלקטרונים החופשיים על ידי \vec{v}_D ואת צפיפות האלקטרונים ב- n . נזכיר שצפיפות זאת אינה משתנה גם כשהאלקטרונים נעים.

מספר האלקטרונים החופשיים שיעברו בין הזמנים t ל- $t + \Delta t$ דרך שטח החתך A מחושב בצורה הבאה: המרחק $\Delta L = v_D \Delta t$ נתון על-ידי: מספר האלקטרונים שיספיקו לעבור דרך החתך A בזמן Δt שווה בממוצע למספר האלקטרונים הנמצאים בנפח ΔV הנתון על ידי (ראה תרשים 2):

$$\Delta V = A \Delta L = A v_D \Delta t$$



תרשים 2: אלקטרונים העוברים דרך שטח החתך A . החיצים מתארים את מהירות הסחיפה

לכן מספר האלקטרונים שיעברו בממוצע דרך החתך A בזמן Δt נתון על-ידי:

$$\Delta N = n \Delta V = n A \Delta L = n A v_D \Delta t$$

מאחר שהמטען של כל אלקטרון הוא $-e$ כמות המטען Δq שעברה דרך החתך A בזמן Δt נתונה על-ידי:

$$\Delta q = -e \cdot \Delta N = -en A v_D \Delta t$$

לכן, הזרם החשמלי המוגדר ככמות המטען Δq העוברת דרך החתך A ביחידת זמן Δt הוא:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{e \Delta N}{\Delta t} = -nev_D A$$

נוסחה זאת קושרת בין הזרם לבין מהירות הסחיפה של האלקטרונים החופשיים, צפיפותם, שטח החתך ומטען האלקטרון.

* לכאורה, ניתן לחשוב ש $\langle t \rangle$ קצר יותר מ- τ ; שהוא הזמן הממוצע בין ההתנגשויות. אולם חישוב מדויק של $\langle t \rangle$ עבור התפלגות פואסון מראה, ש $\langle t \rangle = \tau$.

קבלת חוק אום

את הביטוי למהירות הסחיפה קיבלנו בחלק קודם. ביטוי זה נתון על-ידי:

$$\vec{v}_D = -\frac{e\vec{E}}{m} \tau$$

נציב ביטוי זה בנוסחה שקיבלנו עבור הזרם ונקבל:

$$\vec{I} = \frac{ne^2\tau}{m} A\vec{E}$$

נחלק את שני האגפים ב-A. צפיפות הזרם \vec{J} מוגדרת על-ידי $\vec{J} = \frac{\vec{I}}{A}$, וכך נקבל:

$$\vec{J} = \frac{ne^2\tau}{m} \vec{E}$$

זהו חוק אום כאשר המקדם של \vec{E} מוגדר **כמוליכות סגולית** של החומר ומסומן על-ידי σ .

מהמשוואה האחרונה מתקבל:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

כלומר המוליכות הסגולית תלויה בתכונות החומר בלבד.

את המוליכות הסגולית אפשר להחליף בהתנגדות הסגולית המוגדרת מתוך המוליכות לפי $\rho = \frac{1}{\sigma}$, ומקבלים:

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$$

נבטא את צפיפות הזרם בצורתה המפורשת, ובמקום השדה נציב $E = \frac{U}{\ell}$ כאשר U הינו המתח שבין קצות המוליך ו- ℓ אורכו, נקבל-

$$U = I\rho \frac{\ell}{A} = IR$$

זהו חוק אום בצורתו המוכרת, כאשר המקדם של הזרם מוגדר כהתנגדות המוליך: $R = \rho \frac{\ell}{A}$.

ביטוי להתנגדות ניתן להפריד בין החלק הגיאומטרי לחלק התלוי בתכונות החומר הנקרא **התנגדות סגולית**. קודם קיבלנו כי המוליכות הסגולית σ תלויה במכפלה של צפיפות האלקטרונים החופשיים בזמן τ . במתכות צפיפות האלקטרונים מאוד גבוהה, ולכן מוליכותן גבוהה. במוליכים גרועים (בהם עדיין ניתן להשתמש במודל דרודה) ההולכה הגרועה נגרמת בגלל הצפיפות הנמוכה של האלקטרונים

החופשיים, למרות שערכו של הזמן τ יכול להיות גדול יותר בהשוואה למתכות. נציין שהתלות של ההתנגדות בטמפרטורה נקבעת במתכות על-ידי τ . כאשר הטמפרטורה עולה קיימות תנודות תרמיות גדולות יותר, ולכן הסיכוי להתנגשויות גדל וערכו של τ קטן. כמו-כן המהירות הממוצעת של האלקטרונים החופשיים גדלה וזהו גורם נוסף המקטין את τ . מעיון בביטוי עבור ההתנגדות אנו רואים שככל ש- τ קטן ערכה של ההתנגדות גדל. תופעה זאת מוכרת כעליית ההתנגדות של מתכות עם עליית הטמפרטורה.

לאפקטים אחרים שמודל דרודה יכול להסביר כגון אפקט Seebeck, הולכה במוליכים למחצה, רעש גיונסון, וכן לקשיים שבהם נתקל מודל זה בהסבר תופעות כמו על-מוליכות ומערכות מזוסקופיות יוקדש מאמר נוסף.

מקורות

- 1a. Ashcroft, N.W. & Mermin, N.D., Solid State Physics, pp. 2-9, Saunders, Philadelphia, (1976).
- 1b. Ashcroft, N.W. & Mermin, N.D., Solid State Physics, p. 25.
2. ברוקר, ח., גולדרינג, ח., וגלר, צ., מבוא לתרמודינמיקה, עמ' 12, הוצאת המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות 1989.
3. היילום, מ., "פיסיקה מזוסקופית, תהודה 15 (3), 69 (1993).
4. אהרנרייך, ה., התכונות החשמליות של החומרים, גליונות כרך (3) 5, עמ' 3-17 (1977).

חומר זה נכתב במסגרת פרויקט לקידום לימודי מדע וטכנולוגיה בגליל במימון הסוכנות היהודית, עבור בתי הספר המשתתפים בפרויקט. בתור שכזה הוא כלל גם תרגילים ובעיית, שהשמטנו אותם בחומר המובא כאן. הסוכנות היהודית מממנת פרויקט דומה לקידום לימודי המדע והמתמטיקה עבור בתי ספר בנגב הצפוני. פרויקט זה יתואר בפרוט בגליון הבא של "תהודה".

