



מדוע קיימת תופעת הנפיצה (דיספרסיה) של אור לבן במנסרה?

פרנק ס. קרופורד, המחלקה לפיזיקה, אוניברסיטת קליפורניה, ברקלי

מבוא המערכת

כאשר מתייחסים בבית הספר התיכון לתופעת הנפיצה של אור לבן העובר דרך מנסרת זכוכית ומתנפץ לצבעיו, מסתפקים בדרך כלל בהיגדים הבאים: א. כאשר אור עובר מריק (אוויר) לחומר (זכוכית), מתקיים חוק סנל. מקדם השבירה n מוגדר על ידי היחס בין מהירויות האור בריק c ובחומר v : $n = c/v$. ב. במנסרת זכוכית, מקדם השבירה של האור הכחול גדול מזה של האור האדום: $n_{\text{כחול}} < n_{\text{אדום}}$ או $v_{\text{כחול}} > v_{\text{אדום}}$. במילים אחרות, אור שתדירותו גדולה יותר מהירותו בזכוכית קטנה יותר מזו של אור שתדירותו קטנה יותר. תלות מקדם השבירה של האור בתדירותו היא תופעה המעוררת תמיהה, אך בבית הספר אין נכנסים להסבר לעומק של התופעה. לפיכך מצאנו לנכון להביא את תרגום מאמרו של פרופסור קרופורד המסביר את התופעה על ידי התייחסות לאינטראקציה בין אור לאלקטרוני החומר. ההסבר מעוגן בעובדה שאור גל אלקטרומגנטי ולפיכך מעברו בחומר כרוך בפעולת גומלין בין השדה החשמלי של הגל לבין אלקטרוני החומר. אינטראקציה זו מעוררת את האלקטרונים לתנודות מאולצות מחזוריות. ככל שתדירות האור העובר בחומר קרובה יותר לתדירות העצמית של האלקטרונים, כלומר קרובה יותר לתדירות התהודה, משרעת התנודה הולכת וגדלה, וגם מקדם השבירה גדל. התדירות העצמית של האלקטרונים בזכוכית שווה בקירוב לתדירות האור באולטרא-סגול הרחוק. לכן מקדם השבירה של האור הנראה שתדירותו קטנה מתדירות התהודה של אלקטרוני הזכוכית, גדול מ-1, ואילו עבור תדירויות הגבוהות מתדירות התהודה, הערך של מקדם השבירה יורד וקטן מ-1; לדוגמה, גורם השבירה של קרני X בזכוכית. כאשר $n < 1$ נראה כאילו מהירות האור בזכוכית גדולה ממהירות האור בריק. המאמר מסביר מדוע אין כאן סתירה לתורת היחסות של אינשטיין.

את השדה החשמלי הכולל* ב-P ומציג אותו על מסך של אוסילוסקופ בצורת גל סינוסואידלי. ציר הזמן של האוסילוסקופ מופעל על ידי שעון אטומי אידיאלי הפועל בתדירות האור f. על מסך המכשיר מתקבלת תמונת סינוס עומדת. ברגע שמכניסים את לוח הזכוכית הדק בין המקור לגלאי רואים ששיא הסינוס מועתק מעט לכיוון זמן מאוחר יותר; זה מעיד על כך שכתוצאה ממעבר האור בזכוכית נגרם פיגור אפקטיבי של פגיעת האור בגלאי. יתר על כן, אנו נוכחים לדעת שהפיגור גדל כאשר תדירות האור גדלה. השאלה היא מדוע?

כל האור שנקלט על ידי הגלאי נפלט לפני כן על ידי מטענים חשמליים המתנוודים בתדירות f. המטענים היחידים המעורבים בתהליך זה הם אלה שבמקור S_0 ואלקטרונים בלוח הזכוכית. אלקטרונים אלה מתנוודים בתנודות מאולצות (במצב עמיד) בתדירות f, בהשפעת השדה החשמלי של גלי האור הנפלטים מ- S_0 . השדה החשמלי הכולל ב-P הוא סופרפוזיציה של E_0 - תרומת המקור S_0 , ו- $E_{\text{זכוכית}}$, תרומת אלקטרונים שבזכוכית, $E_{\text{זכוכית}} = E_0 + E_{\text{כולל}}$.

רוב ספרי הלימוד "מסבירים" את נפיצת האור במנסרת זכוכית, על ידי האמירה שמהירות האור בתווך נתון תלויה בתדירותו.

תלמידים רבים חוזרים ושואלים: - מדוע גלי אור, שתדירותם גבוהה יותר מהירותם בזכוכית קטנה יותר מזו של גלים בעלי תדירות נמוכה יותר? נפרק שאלה זו לשני חלקים, ונענה ראשית על חלקה הראשון:

א. לזכוכית יש השפעה, בלתי מוגדרת בשלב זה, על אור נראה העובר דרכה. מדוע השפעה זו גדולה יותר על תדירויות גבוהות של האור הנראה (הכחול) מאשר על תדירויות נמוכות יותר (האדום)?

בתשובה לשאלה זו נייעזר בתיאור שהוא אידיאליזציה של ניסוי אמיתי:

נניח שנתון מקור אור מונוכרומטי נקודתי S_0 , הפולט אור בתדירות f (לדוגמה, לייזר אידיאלי). בנקודה P מוצב גלאי. בין S_0 ל-P ובמרחק ניכר מ- S_0 מציבים לוח זכוכית דק עד מאוד - נניח בעובי חד-מולקולרי. (תרשים 1). הגלאי מודד

* היות שהאור הוא גל אלקטרומגנטי, מדידת השדה החשמלי מאפשרת את חישוב עוצמת האור.

ייתכן ותתפלאו על כי אנו בכלל מביאים בחשבון אפשרות של גידול המהירות. האם אין זה עומד בסתירה לתורת היחסות של אינשטיין? - לא! נביא את ההסבר לסוגייה זו מאוחר יותר.

נחזור עתה להשיב על עיקר הבעייה:

מדוע נותן צירוף התרומות של E_0 ו- $E_{זכוכית}$ שדה חשמלי $E_{כולל}$ שנראה באוסילוסקופ כמפגר בהשוואה ל- E_0 ?

ראשית יש לשים לב שלוח הזכוכית דק עד מאוד; עוביו רק כמידת מולקולה אחת. **כל האור** המוקרן מן המטענים המתנוודים מתקדם בריק במהירות c ובכל זאת קיים פיגור! נתבונן באלקטרונים של שלושת האטומים שסימנו ב- A, B ו- C **בתרשים 1**. שלושתם מרוחקים מרחק שווה וגדול מאוד מן המקור S_0 ולכן כולם מבצעים תנודות מאולצות **שוות מופע**. ניקח את תנודת האלקטרון A , הנמצא על הישר העובר

בין S_0 ו- P . נניח

שהשדה החשמלי

שמקורו ב- S_0

מתנווד לאורך

הציר x , הניצב על

כיוון ההתקדמות

של אלומת האור;

אז גם האלקטרון

ב- A יתנווד

לאורך הציר x .

בכל רגע יפעלו

עליו שני כוחות:

qE_0 שמקורו

באור, וכוח

מחזיר $-kx$ שמקורו ב"קפיץ". הכוח הכולל $F_{כולל}$ הוא אפוא:

$$(1) \quad F_{כולל} = qE_0 - kx$$

היות שהכוח המאלץ qE_0 משתנה בתדירות f הנמוכה בהרבה מן התדירות העצמית f_0 , "עוקב" האוסילטור בקלות אחר הכוח המאלץ. כלומר, x מתאים את עצמו באופן ש- $F_{כולל}$ יתאפס בכל רגע, דהיינו, $kx = qE_0$. ההעתק x הוא שווה מופע עם הכוח המאלץ qE_0 עבור $f \ll f_0$.

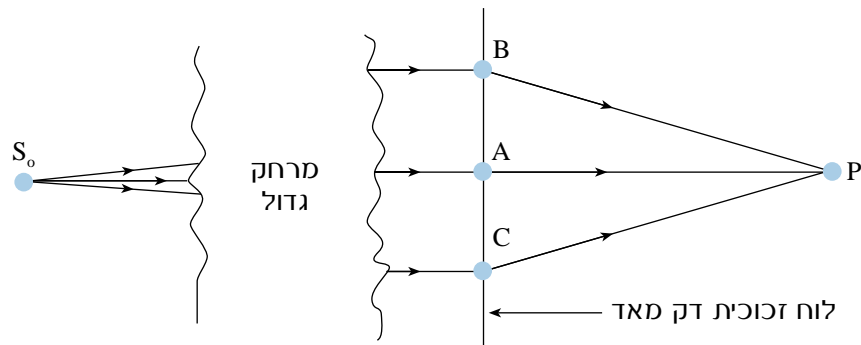
מה בנוגע לקרינה הנפלטת על ידי אלקטרון זה? מסתבר שהשדה החשמלי המוקרן על ידי מטען מואץ q מתכונתי ל- qa , כאשר a היא תאוצת מטען זה. בתנודה הרמונית התאוצה היא תמיד בכיוון הפוך להעתק x , כך שעד כדי גורם פרופורציה, נוכל להמיר את $-qa$ ב- qx . היות שעבור $f \ll f_0$ קיים $x = qE_0/k$ נקבל עבור השדה החשמלי E_A המוקרן על

נתייחס לאלקטרונים שבמולקולות הזכוכית: אפשר לתאר כל אלקטרון כבעל מטען חשמלי q ומסה m , הקשור לגרעין אטום על ידי "קפיץ" בעל קבוע k , התלוי בסוג מולקולת הזכוכית (ראה נספח). לאלקטרון המתנווד יש תדירות עצמית הנתונה על ידי הנוסחה של תנודה הרמונית פשוטה:

$$2\pi f_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

נתאר לעצמנו אלקטרון מסוים המתנווד בתדירות f , כאשר מקור הכוח המאלץ הוא השדה החשמלי E_0 של האור הנפלט מן המקור S_0 . לו התדירות המאלצת הייתה שווה לתדירות העצמית f_0 של האלקטרון היה מתקבל מצב של **תהודה**, שבו התנודות הן במשרעת גדולה מאוד, וכך הייתה מתקבלת בגלאי P תרומה מרבית של קרינת האלקטרון. במולקולות זכוכית

האוסילטורים האלקטרוניים החשובים ביותר מאינטראקציה עם האור, הם אלה בעלי תדירויות עצמיות f_0 השוות לתדירויות האור בתחום האולטרא-סגול, והן גדולות מכל התדירויות f של



תרשים 1. המערך הניסויי. S_0 הוא מקור אור נקודתי, מונוכרומטי אידיאלי, הנמצא במרחק גדול מגלאי הנמצא בנקודה P . A, B, C הן מולקולות של לוח זכוכית דק מאוד שניתן להכניס בין S_0 ל- P במרחק גדול מ- S_0 . מולקולה A נמצאת על הישר העובר בין S_0 ו- P .

אור נראה (ראה נספח). פירוש הדבר שככל שתדירות האור f גבוהה יותר (ככל שהאור כחול יותר) כן היא קרובה יותר לתדירות העצמית f_0 של האלקטרונים ולכן גם משרעת התנודה המאולצת שלהם תהיה גדולה יותר. זו הסיבה שלאלקטרונים הזכוכית השפעה גדולה יותר על אור כחול מאשר על אור אדום. בכך ענינו על חלק א של השאלה. נטפל עתה בחלקה השני של השאלה:

ב. מדוע נגרמת **האטה** אפקטיבית של מהירות גלי האור במעברם בזכוכית תוך מעט מאוד איבוד עוצמה (כמעט ואין בליעה)? מדוע אינה נגרמת **הגדלה** במהירות גלי האור? מדוע אין **שינוי בעוצמת** האור ללא כל השפעה על מהירות ההתפשטות?

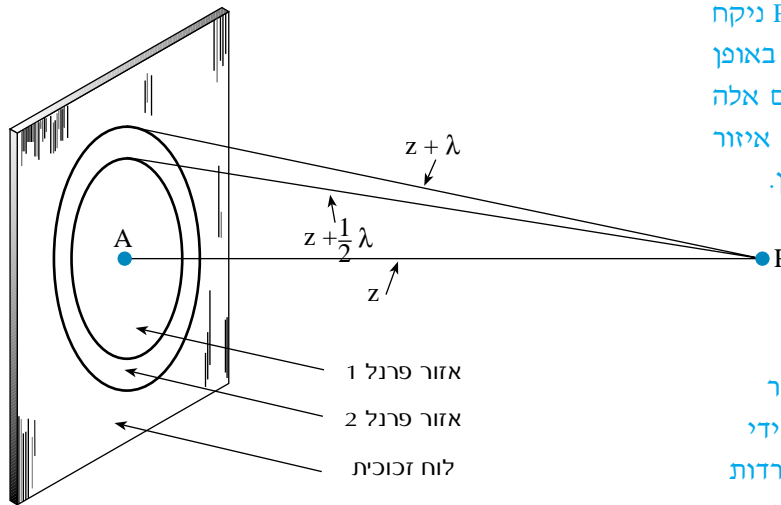
ידי האלקטרון ב-A את התוצאה:

$$(2) \quad E_A \propto -qa \propto qx = \left(\frac{q^2}{k}\right)E_0$$

כך קיבלנו את התוצאה החשובה **שבאטום עצמו** הקרינה הנפלטת על ידו היא **שוות מופע** עם הקרינה המאלצת E_0 ומתכונתית ל- E_0 . דבר זה נכון כמובן עבור כל שלושת האטומים A, B, C (תרשים 1), היות שכולם מעוררים על ידי אותו גל הפוגע בהם.

נסתכל עתה על השדות המגיעים אל הגלאי P. השדה המוקרן על ידי האטום A נע לאורך אותו קו ישר מ-A ל-P עליו נע השדה E_0 ומגיע ל-P במופע עם E_0 . אולם הקרינה הנפלטת על ידי האטומים B ו-C נעה לאורך מסלולים ארוכים יותר (אלכסוניים) ומגיעה אל P באיחור. יש הרבה יותר אטומים מסוג B ו-C מאשר אטום A, לכן תרומות כל שאר האלקטרונים האלה מצטרפות לשדה המגיע ל-P באיחור יחסית לתרומת האטום A. מסתבר שאיחור זה הוא במוצע רבע מחזור כפי שגראה בקטע שלהלן.

לתרומות המאחרות ב-1/4 מחזור. כאשר אנו ממשיכים באותן אופן מאטום A החוצה אנו מוצאים שלוח הזכוכית כולו נותן $E_{\text{זכוכית}}$ ב-P המאחר למעשה ברבע מחזור בהשוואה עם תרומת האטום A הקרוב ביותר. זה כאילו שהאלקטרון "ממוצע" מסוג B או C רחוק מ-P ברבע אורך גל יותר מאשר אטום A.



תרשים 2. אורכי מסלולי האור ממולקולות הזכוכית אל הגלאי P: מולקולות באזור פרנל הראשון (העיגול) רחוקות יותר, במוצע, ברבע אורך גל מ-P מאשר המולקולה A שבמרכז. מולקולות באזור השני (טבעת מעגלית) רחוקות יותר, במוצע, בשלושת רבעי אורך גל, מ-P מאשר מולקולה A. לפיכך, התרומות משני אזורים אלה הן בהפרש מופע של 180° .

ניקח בתחילה כתורמים ל- $E_{\text{זכוכית}}$ ב-P, את האטומים מסוג B ו-C הקרובים ל-A עד כדי כך שמרחקיהם הנוספים מ-P הם בין אפס למחצית אורך הגל, וגורמים לכן לאיחורים בין אפס למחצית המחזור, באופן שהאיחור הממוצע הוא רבע מחזור. אלקטרונים אלה נמצאים בתוך עיגול שמרכזו ב-A. עיגול זה מכונה איזור פרנל (Fresnel Zone) הראשון (**ראה תרשים 2**). כקבוצה השנייה של אלקטרונים התורמים לשדה ב-P ניקח את אלה הנותנים איחור בין חצי מחזור למחזור שלם, באופן שהאיחור הממוצע הוא שלושת רבעי מחזור. אטומים אלה נמצאים בתחום טבעתי המקיף את האזור הראשון, איזור פרנל השני בעל שטח השווה לזה של האזור הראשון.

(קל לראות מהגיאומטריה של **תרשים 2** ועבור $\lambda \ll z$ ששטחו של איזור פרנל הראשון הוא $\pi z \lambda$, והשטח של שני האיזורים יחד הוא $2\pi z \lambda$). לפיכך מספר האלקטרונים שווה בשני האיזורים. היות ששני איזורים אלה נותנים תרומות הנבדלות בשיעור $1/2 - 1/4 = 3/4$ מחזור הן כמעט מבטלות זו את זו על ידי התאבכות הורסת ב-P, אולם כל התרומות הולכות ויורדות כאשר המרחק מ-P הולך וגדל באופן שתרומת האיזור הראשון, הקרוב מעט יותר ל-P, היא הקובעת. לכן שני האיזורים הראשונים האלה נותנים תרומה נטו המתאימה לאיחור של 1/4 מחזור. באופן דומה התרומה של הקבוצה השלישית של האטומים עם איחורים בין 1 ו-3/2 מחזורים ואיחור ממוצע של 5/4 מחזורים מתבטלת כמעט, אך לא לגמרי, על ידי התאבכות הורסת עם תרומת הקבוצה הרביעית בעלת איחורים בין 3/2 עד 2 מחזורים. האיזורים השלישי והרביעי נותנים אפוא תרומה קטנה עם איחור של 5/4 שמצטרפת לזו שתרומה לאיחור של 1/4 מחזור. כמובן, באלומה במצב עמיד אין שום דרך בה הגלאי ב-P יכול להבחין בין גל המאחר ב-5/4 מחזור לבין גל המאחר ב-1/4 מחזור. אנו רואים שהתרומות המאחרות ב-5/4 מחזור מתחברות ישירות

נוכל עתה לחבר את שני השדות E_0 ו- $E_{\text{זכוכית}}$ לשדה השקול $E_{\text{כול}}$ בנקודה P. נניח שבנקודה P קיים $E_0 = A \cos \omega t$ כאשר A היא המשרעת החיובית, ו"איפסונו" את השעון ברגע בו $E_0 = A$.

העצמית של המוט - כאשר מסתכלים עליו כעל מטוטלת פיסיקלית. קל לראות את תגובת המוט שוות המופע עבור תדירויות נמוכות ואת תגובתו במופע הפוך עבור תדירויות גבוהות.

פירוש הדבר כי עבור $f \gg f_0$ תרומת הקרינה הנפלטת מאטום A , E_A , היא הערך השלילי של התוצאה שקיבלנו במשוואה (2). כלומר האטום A תורם עתה קרינה שהיא הפוכת פאזה לזו של E_0 . השדה החשמלי ב- P , בשל תרומת לוח הזכוכית **כולו**, מפגר ברבע מחזור יחסית לתרומה של אטום A . יכולים לראות את קרינת האטום A כמפגרת בחצי מחזור יחסית ל- E_0 (היפוך פאזה של 180°), באופן שתרומת הקרינה של הלוח **כולו** מפגרת ב- $1/2 + 1/4 = 3/4$ מחזור יחסית ל- E_0 . לחילופין, יכולים לראות את תרומת האטום A כ**מקדימה** במחצית המחזור, ואת תרומת הלוח **כולו כמקדימה** ב- $1/4 - 1/4 = 1/2$ מחזור. הגלאי ב- P איננו יכול להבחין אם הגל **מפגר** ב- $3/4$ מחזור או מקדים ב- $1/4$ מחזור. לפיכך נוכל להניח שהגל **מקדים** ב- $1/4$ מחזור. התוצאה המתקבלת עבור השדה הכולל ב- P היא:

$$(5) \quad E_{\text{כולל}} = E_0 + E_{\text{זכוכית}} = A \cos \omega t + \varepsilon A \cos(\omega t + \pi/2) = A \cos(\omega t + \varepsilon)$$

השדה השקול ב- P הוא בעל משרעת השווה לזאת שהייתה מתקבלת בהעדר לוח הזכוכית ובמופע מקדים ב- ε רדיאנים. אנו מסיקים מכך שגורם השבירה n עבור קרני- X בזכוכית מקיים: $n < 1$ והמהירות v גדולה ממהירות האור c בריק:

$$v = c/n > c$$

כדי להעביר מידע באמצעות גלים חייבים לבצע עליהם מודולציה, אם על ידי שינוי האמפליטודה (AM) ואם על ידי שינוי התדירות (FM) כפונקציה של הזמן. **המודולציות האלה אינן מתקדמות במהירות הפאזה v_ϕ אלא במהירות החבורה v_g הקטנה תמיד מ- c או שווה לה.** מהירות הפאזה בתדירות מסוימת תלויה במקדם השבירה **באותה** תדירות:

$v_\phi = c/n = \lambda_0 f/n$, כאשר λ_0 אורך הגל בריק, ו- f התדירות. מהירות החבורה תלויה באופן בו **משתנה** מקדם השבירה עם התדירות ונתונה על ידי המכפלה של נגזרת התדירות לפי n באורך הגל בריק: $v_g = \lambda_0 (df/dn)$.

במאמר זה דנו רק בגלי אור **ללא מודולציה**, שאינם נושאים מידע (אינפורמציה), כלומר דנו רק **במהירות הפאזה** וטיפלנו רק באלומת אור כמו זו המשמשת למדידת מקדם השבירה בעזרת חוק סנל. אנו מתעלמים ממצבים חולפים, הנמשכים פרק זמן קצר מאוד. הטענה של אינשטיין היא שסיבה ותוצאה

במשוואה (2) הראינו כי תרומת אטום A ל- $E_{\text{זכוכית}}$ מתכונתית ל- E_0 ושוות מופע אתו. כעת הראינו שהתרומה הכוללת של $E_{\text{זכוכית}}$ מפגרת ברבע מחזור אחרי תרומת אטום A , ולכן:

$$E_{\text{זכוכית}} = \varepsilon A \cos(\omega t - \pi/2) = \varepsilon A \cos(\omega t - \pi/2)$$

הוא קבוע חיובי חסר ממדים המכיל בתוכו את כל הגדלים התורמים לקבוע הפרופורציה (ראה הקטע המודפס בצבע לעיל).

השדה הכולל ב- P נתון אפוא על ידי:

$$E_{\text{כולל}} = E_0 + E_{\text{זכוכית}} = A \cos \omega t + \varepsilon A \cos(\omega t - \pi/2)$$

עבור $\varepsilon \ll 1$ מתקיים:

$$(3) \quad \cos \omega t + \varepsilon \cos(\omega t - \pi/2) = \cos(\omega t - \varepsilon)$$

$$(4) \quad E_{\text{כולל}} = A \cos(\omega t - \varepsilon) \quad \text{ולכן:}$$

כלומר, השפעת הזכוכית מתבטאת בפיגור בפאזה של הגל הפוגע ב- ε רדיאנים ואילו המשרעת, ולכן גם העוצמה, נשארות ללא שינוי. המסקנה היא שהמהירות v של אור בזכוכית קטנה ממהירות c של אור בריק, ולכן מקדם השבירה בזכוכית גדול מאחד: $n = \frac{c}{v} > 1$, כפי שאכן מראה הניסיון.

נראה עתה מה היה קורה לו התדירות המאלצת f הייתה גדולה מהתדירות העצמית f_0 , כפי שקורה כאשר המקור S_0 פולט קרינת- X או קרינה אולטרא-סגולה בעלת אורך גל קצר מאוד. במקרה זה מבצעים האלקטרונים תנודות מאולצות בתדירות הגבוהה בהרבה מתדירותם העצמית. הכוח השקול F הפועל על אלקטרון הוא כמקודם: $F = qE_0 - kx$. אבל עתה קבוע ה"קפיץ" k הקושר את האלקטרון חלש מדי, והאלקטרון אינו יכול לעקוב אחר התדרים הגבוהים של E_0 . למעשה ההעתק x של האלקטרון יהיה בהפרש פאזה של 180° לזו של הכוח המאלץ כפי שנראה מיד. במקרה הנדון הקפיץ כה חלש יחסית ל- qE_0 באופן שאפשר להזניח את תרומת הכוח המחזיר לכוח הכולל, ומקבלים $F \sim qE_0$. לפי ניוטון $F = ma$, כלומר כאשר $f \gg f_0$ התאוצה a פרופורציונית ל- qE_0 . היות שהתאוצה a מתכונתית גם ל- x , אנו רואים **שכאשר $f \gg f_0$ הפרש הפאזה בין x ל- qE_0 הוא 180° , ואילו עבור $f \ll f_0$ שווה מופע עם qE_0 .** (ראה הערת המערכת בסוף המאמר).

ניסוי הדגמה מומלץ

ניתן להדגים את קשר הפאזות בין ההעתק x והכוח המאלץ על ידי ביצוע הניסוי הבא: אוזנים באצבעות קצה אחד של מוט באורך מטר. מעוררים תנודות במוט על ידי הנעת היד בתדירויות f בתחומים $f - f_0 < 0$, $f - f_0 > 0$; f_0 היא התדירות

לבסוף, כיצד נוכל לבדוק שאינשטיין "מרוצה"?

● היינו יכולים להכניס את לוח הזכוכית ברגע מסוים באופן פתאומי בין המקור לגלאי, ואז לחכות ולגלות מה קורה ב-P. השינוי הראשון שיתרחש ב-P הוא כאשר תגיע אליו קרינה מן האטום A במהירות האור בריק. (אנו מזניחים את פרק הזמן הנוסף שהיה עובר עד שהאטום A היה מגיע למצב תנועה עמיד; זמן זה היה מתמשך לפחות לאורך מספר קטן של מחזורי תנועה). הצופה ב-P היה רואה **שינוי חולף (טרנזיינטי) מורכב, בפאזה ובמשרעת**, הנמשך עד אשר כל האטומים כמו B ו-C יעבירו את תרומות תנודותיהם במצב עמיד. דבר זה יימשך לאורך מספר ניכר של מחזורי תנועה, היות שרוב האטומים כמו B ו-C מרוחקים מ-P מספר רב יותר של אורכי גל מאשר אטום A. לפיכך יעבור זמן רב יותר עד שתרומותיהם יתחילו להגיע ל-P במהירות c. כאשר יגיע מצב חולף זה לקצו נקבל את התוצאות שקיבלנו במשוואה (5). אבל אינשטיין "שמח". החדשות הראשונות הנרשמות ב-P מגיעות מאטום A במהירות האור. כדי לקבל את המידע שלוח הזכוכית **כולו** הוכנס בין המקור לגלאי יש לחכות זמן רב יותר. גם כאשר ההסחה בפאזה של האלומה העמידה מקדימה, כמו במעבר קרני- X בזכוכית ($n < 1$), צריך לחכות זמני מחזור רבים עד שתזוזה הפאזה מתייצבת **והמידע** מועבר מנקודה A ל-P במהירות הקטנה ממהירות האור בריק. מסתבר שהמושג של גל אור במצב עמיד הנע בתווך שקוף במהירות "גדולה יותר" או במהירות "קטנה יותר" מ-c, אינו אלא **ביטוי חלופי להזזת הפאזה בשדה החשמלי הכולל**. הזזה זו נוצרת משדה המקור המגיע ל-P ומהשדה הנוצר ממספר רב של מולקולות זכוכית הממוקמות במרחקים שונים מ-P. דרך הסבר זו מובאת על ידי פיינמן¹.

נספח. קבוע ה"קפיץ" האפקטיבי עבור אלקטרון אטומי
נצא מהמודל הקלאסי הפשוט של אטום מימן. אחר כך ניישם את התוצאה שנקבל למולקולות זכוכית. מניחים שהפרוטון הוא מסה נקודתית "כבדה" בעלת מטען +e. האלקטרון הוא בעל מסה m ומטען -e אשר מטענו מחולק במידה שווה בנפח כדור בעל רדיוס R (**תרשים 3**). במצב שיווי משקל מרכז "כדור" האלקטרון הוא בפרוטון (מצב זה מתאים לקפיץ רפוי). בהשפעת שדה חשמלי חיצוני הפועל לאורך הציר x החיובי, נדחף הפרוטון בכיוון x והאלקטרון נדחף באותו כוח לכיוון -x. היות שמרכז המסה נשאר במקומו ומסת הפרוטון גדולה פי 2000 ממסת האלקטרון, מזניחים את תנועת פרוטון ומתייחסים רק לתנועת האלקטרון. בכל פעם שענן האלקטרון

ומידע אינם יכולים להתקדם במהירות הגדולה ממהירות האור c בריק, אבל אין מניעה ששיאים של גלי אור, העוברים בזכוכית, יגיעו מוקדם או מאוחר יותר למקום אליו היו מגיעים אילו עברו בריק. אם השיאים **מפגרים** בהופעתם אנו אומרים שמהירות הפאזה v_ϕ קטנה ממהירות האור בריק: $v_\phi = c/n < c$ ומקדם השבירה n גדול מאחד: $n > 1$. זהו המקרה של אור נראה העובר בזכוכית. אם לעומת זאת שיאי הגל **מקדימים**, פירוש הדבר שמהירות הפאזה $v_\phi = c/n > c$ ומקדם השבירה n קטן מאחד: $n < 1$. זהו המקרה המתאר מעבר של קרני X בזכוכית, וכן את המעבר של גלים בתדר גלי רדיו ביונספירה של כדור הארץ.

מן הנאמר עד כה קל להבין מדוע מקדם השבירה של היונספירה קטן מאחד. גלי רדיו, המגיעים מן האוויר **שאינו** מיון ($n \sim 1$) ליונספירה (אוויר מיון: $n < 1$) מוחזרים **בהחזרה פנימית גמורה** האנלוגית לזו של אור נראה המתקדם במים ומגיע למשטח הגבול מים/אוויר בזווית הגדולה מהזווית הקריטית. האלקטרונים שנקרעו ממולקולות האוויר על ידי הקרינה האולטרא-סגולה הבאה מן השמש, הם חופשיים. אי לכך k, קבוע הכוח המחזיר (קבוע ה"קפיץ"), הוא אפס, כלומר

התדירות העצמית שלהם היא אפס: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 0$ באופן

שעבור גל אלקטרומגנטי בעל תדירות זוויתית ω **כלשהי** מתקיים: $\omega > \omega_0$ ולפיכך $n < 1$. אם כך - מדוע **עובר** אור נראה דרך היונספירה ואילו גלי רדיו **מוחזרים** לארץ בהחזרה פנימית גמורה?

● תדירויות גלי רדיו הן מסדר גודל של 10^6 Hz ואילו של אור נראה 10^{14} - 10^{15} Hz, כלומר תדירות אור נראה גדולה פי 10^9 מזו של גלי רדיו. פירוש הדבר שתדירות גלי הרדיו קרובה יותר לתדירות העצמית אפס של האלקטרונים החופשיים. לכן במקרה זה מקדם השבירה המתאים לגלי הרדיו קטן במידה ניכרת מ-1, ואילו עבור אור נראה כמעט ואיננו שונה מ-1.

מדוע התייחסנו בדיוננו לשכבה יחידה של מולקולות זכוכית שהרווחים ביניהן גדולים מאוד?

● לו התייחסנו לשכבה עבה וצפופה של מולקולות זכוכית, כפי שהוא המצב במציאות, היינו צריכים לקחת בחשבון שהתנודות של מולקולות הזכוכית מעוררות לא רק על-ידי האור הנפלט מ- S_0 ופוגע בהן, אלא גם על ידי האור הנפלט על ידי שכנותיהן הקרובות. דבר זה היה מסבך את הטיפול המתמטי, מבלי לשנות את התוצאה האיכותית.

למולקולות זכוכית במקום לאטומי מימן מותר להניח שרק אלקטרוני הערכיות (החיצוניים) הם בעלי משרעות תנודה מאולצת ניכרות בהשפעת האור הנראה הפוגע, היות שתדירויות האלקטרוניים החיצוניים קרובות יותר לתדירויות האור הנראה מאשר התדירויות העצמיות של האלקטרוניים הפנימיים יותר, הקשורים חזק יותר. האלקטרוניים החיצוניים "מרגישים" את המטען המרכזי המסוכך של הגרעין כאילו הוא בעל מטען אפקטיבי של e עד $2e$. לכן אפשר ליישם את התוצאה שקיבלנו, המבוססת על אטום המימן, גם למקרה הזכוכית.

הערת המערכת

בפרק המצוטט מספר ההרצאות של פיינמן¹ מובאת הנוסחה המתארת את הקשר בין מקדם השבירה n , לבין התדירות הזוויתית ω של האור הפוגע בחומר, בהתחשב בתכונות האטומים של החומר (ω_0) :

$$n = 1 + \frac{Nq_e^2}{2\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

כאשר: N הוא מספר האטומים ליחידת הנפח בלוח הזכוכית, ϵ_0 הוא הקבוע הדיאלקטרי של הריק, m מסת האלקטרון, q_e מטען האלקטרון.

מראה מקום:

1. Feynman, R.P., Leighton, R.B., and Sands, M., The Feynman Lectures on Physics, Vol.1, Ch.31, Addison - Wesley, Reading, MA, 1965.

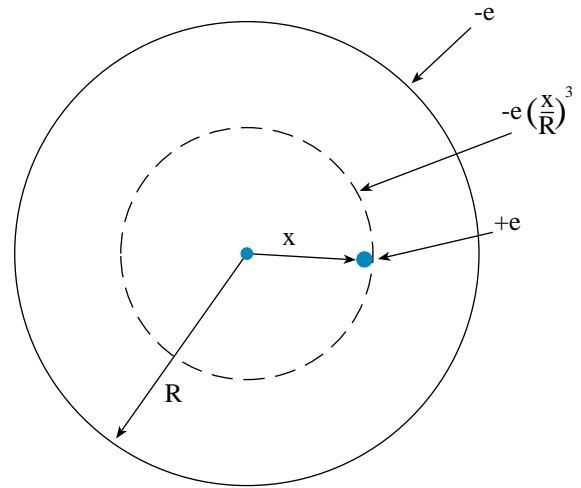
Acknowledgment

Why is white light dispersed by a prism?

Frank S. Crawford, The Physics Teacher, 17(9), pp. 583-587

We acknowledge with thanks the permission of the author and the editor of TPT to publish this translation of the article.

תהודה



תרשים 3. מודל קלאסי פשוט של אטום המימן. הגרעין הוא מסה נקודתית מסיבית בעלת מטען $+e$. האלקטרון בעל מטען $-e$ המחולק בצורה אחידה בנפח כדור בעל רדיוס R . שדה חשמלי בכיוון $+x$ מעתיק את "כדור האלקטרון" מרחק x בכיוון $-x$.

מועתק ב- x פועל עליו כוח מחזיר F הפרופורציוני ל- $-x$: $F = -kx$. כוח קולון הפועל בין שני מטענים נקודתיים הוא: $F_{\text{coulomb}} = (1/4\pi\epsilon_0)q_1q_2/r^2$. נמצא את הכוח הפועל על הפרוטון תודות להעתק של ענן האלקטרון. (על פי החוק השלישי של ניוטון כוח זה שווה בגודלו לכוח הפועל על האלקטרון). הפרוטון מועתק מרחק x ממרכז כדור המטען של האלקטרון, לכן חלק $(x/R)^3$ של מטען האלקטרון קרוב יותר למרכז "כדור האלקטרון" מאשר הפרוטון (ראה תרשים 3). לפי חוק גאוס מושך המטען $q = e(x/R)^3$ את הפרוטון כאילו היה במרכז הכדור, ותרומת שאר המטען לכוח היא אפס. הכוח הפועל על הפרוטון הוא לכן:

$$F = (1/4\pi\epsilon_0)eq/x^2 = (1/4\pi\epsilon_0)e^2(x/R)^3/x^2 = (1/4\pi\epsilon_0)(e^2/R^3)x$$

מקדם הכוח המחזיר k , כלומר קבוע הקפיץ האפקטיבי הוא אפוא: $k = F/x = (1/4\pi\epsilon_0)e^2/R^3$.

מהו חוזק הקפיץ או מהי התדירות העצמית f_0 ? מתוך התיאוריה של אוסילטור הרמוני ידוע כי: $k = m\omega_0^2$ כאשר $\omega_0 = 2\pi f_0$.

אם R הוא רדיוס בוהר: $R = a_0 = 0.5 \times 10^{-8} \text{ cm}$ מקבלים: $\omega_0^2 = k/m = (1/4\pi\epsilon_0)e^2/ma_0^3$ זו מקבלים: $f_0 = 7.1 \times 10^{15} \text{ Hz}$. במודל הקלאסי שלנו תדירות זו שהיא התדירות העצמית של האלקטרון, מתאימה לאורך הגל λ של האור הפוגע: $\lambda = c/f_0 = 0.4 \times 10^{-5} \text{ cm} = 400 \text{ \AA}$. לכן תדירות התהודה היא באולטרא-סגול הרחוק. אם נתייחס