

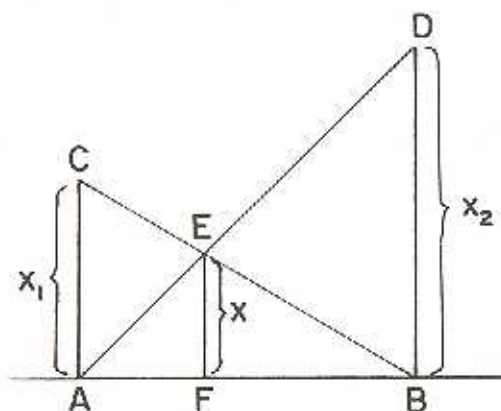
# פתרון גיאומטרי של המשוואה $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x}$

הביטוי המתמטי מהצורה  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x}$  מופיע בלימודי הפיסיקה בהקשרים שונים, כגון בכעית חיבור נגדים במקביל  $(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R})$  או במקרה של עדשה  $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f})$ .

בעלון מורי הפיסיקה "The Physics Teacher" מצאנו הצעה לפתרון גרפי של ביטוי מתמטי מצורה זו. הצגה גרפית מאפשרת לנו לפתור בצורה מהירה את הקשר המתמטי ולקבל הערכה כמותית של הפרמטרים. כמו כן בהצגה גרפית אפשר להראות קשרים בין הפרמטרים אשר אינם ברורים מן הנוסחאות.

נטפל אם כך בביטוי  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x}$  או  $x = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}$ , דרך הבניה המוצגת בתרשים 1:

על קו אופקי AB באורך כל שהוא מעלים אנכים AC ו BD באורך יחסי לגדלים  $x_1$  ו  $x_2$  בהתאמה. מחברים את הקצוות A ו D ו B ו C. אורך האנך EF מנקודת החיתוך E מייצג את x. מן הציור ניתן לראות מיד כי x תמיד קטן הר מ  $x_1$  והו מ  $x_2$  וכמו כן רואים מיד שעבור  $x_1 = x_2$  יהיה x שווה למחצית  $x_1$ . ההסבר לבניה מתבסס על חוקי דמיון משולשים: המשולש ABC דומה למשולש FBE, והמשולש ABD דומה למשולש AFE.



$$\frac{FB}{AB} = \frac{x}{x_1} \quad \text{ולכן:}$$

$$\frac{AF}{AB} = \frac{x}{x_2} \quad \text{:}$$

סכום שתי המשוואות נותן:

$$\frac{FB}{AB} + \frac{AF}{AB} = \frac{x}{x_1} + \frac{x}{x_2} = 1$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x} \quad \text{או:}$$

תרשים 1: פתרון המשוואה מהצורה:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x}$$

כמובן שניתן להשתמש בבניה זו גם בכיוון ההפוך ולמצוא את  $x_2$  עבור  $x_1$  ו x נתונים. (למשל במקרה של עדשה בעלת אורך מוקד נתון רוצים לדעת מה

יהיה מרחק הדמות כאשר מרחק העצם ידוע). מותחים קו אופקי באורך כל שהוא  
 ומעלים את האנכים AC ו FE באורכים יחסיים ל  $x_1$  ו x בהתאמה. מחברים את  
 הנקודות C ו E ומוציאים את נקודת החיתוך B, ממנה מעלים קו אנכי באורך  
 כל שהוא. הקו המחבר את A ו E חותך את הקו האנכי הזה בנקודה D כך שאורך  
 הקטע DB מייצג את  $x_2$  המבוקש.

