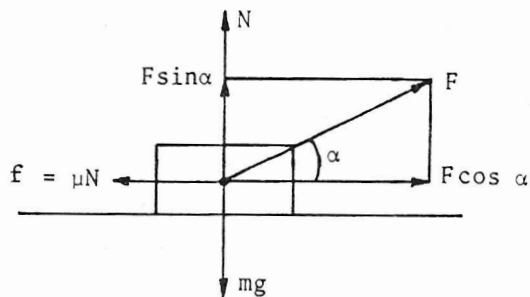


מכל מלמדי השכלתי ומתלמידי יותר מכולם ...

מאת: רפי כהן
בי"ס תיכון רמלה-לוד והמחלקה להוראת המדעים



תרשים 1

בספר המיכניקה* מופיעה השאלה:
תיבה שמסתה m מונחת על מישור
אופקי. מקדם החיכוך בין התיבה
והמישור הוא μ . אדם מושך את
התיבה בחבל; באיזה זווית α על
האדם למשוך בחבל כדי שהכוח
הדרוש להנעת התיבה במהירות
קבועה יהיה מינימלי?
יהי הכוח הנורמלי N וכוח
החיכוך f . (תרשים 1)

*מכניקה בהוצאת המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, עמ' 33, בעיה 41.

תחילה יש כמוכן לחשב את הכוח F על-פי: $\vec{F} + \vec{f} + \vec{N} + \vec{mg} = 0$

$$F \cos \alpha = \mu N \quad \text{כלומר:}$$

$$N + F \sin \alpha = mg$$

$$F = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \quad \text{ומכאן:}$$

דרישת המינימום עבור F מחייבת למצוא את מקסימום הביטוי $\cos \alpha + \mu \sin \alpha$ (המונה קבוע). כשאינן ברשות המורה האפשרות להשתמש בחשבון דיפרנציאלי, אך הוא יכול להשתמש בטריגונומטריה ריאליסטית, אפשר לפתור כך:

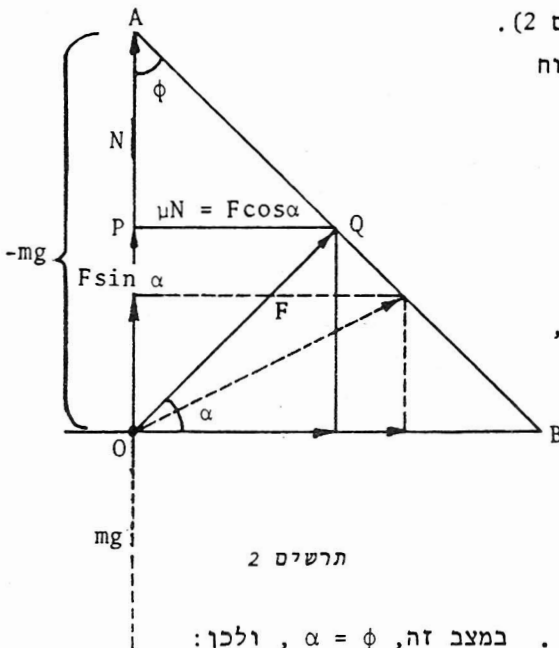
נציב פרמטר עזר ϕ המוגדר על-ידי: $\mu = \operatorname{tg} \phi$ (לכן ϕ קבוע), אזי:

$$\cos \alpha + \phi \sin \alpha = \cos \alpha + \operatorname{tg} \phi \sin \alpha = \cos \alpha + \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \sin \alpha =$$

$$= \frac{\cos \phi \cos \alpha + \sin \phi \sin \alpha}{\cos \phi} = \frac{\cos(\phi - \alpha)}{\cos \phi}$$

מקסימום הביטוי הוא עבור $\cos(\phi - \alpha) = 1$, משמע $\alpha = \phi$, לכן מינימום הכוח מתקבל עבור $\mu = \operatorname{tg} \alpha$.

אולם, מה עושים כאשר הכיתה טרם למדה את מעט הטריגונומטריה הדרושה לכך? אחת התלמידות הביאה לי את הפתרון המקורי והיפה הבא:



כאשר הוא יהיה אנכי ל-AB: $\vec{F} \perp AB$. במצב זה, $\alpha = \phi$, ולכן:

$$\boxed{\mu = \operatorname{tg} \alpha}$$

נסרטט את הקטע $\overline{OA} = -mg$ (ראה תרשים 2).

\overline{OP} הוא הרכיב האנכי של \vec{F} , ו- \overline{PA} הכוח

הנורמלי \vec{N} . היות וכוח החיכוך f

פרופורציוני ל- N , נסרטט $\overline{PQ} = \vec{f}$

המאונך ל- \overline{AO} . הרכיב האופקי של \vec{F}

שווה ל- \overline{PQ} , ולכן \overline{OQ} הוא הוקטור \vec{F} .

נחבר את A עם Q ונמשיך עד B באופן

שהמשולש AOB המתקבל הוא ישר זווית,

זווית הראש במשולש זה $\angle QOB = \alpha$.

נתונה על ידי $\mu = \operatorname{tg} \phi$. כאשר נשנה

את כיוון \vec{F} , כלומר את הזווית α ,

המשולש הזה אינו משתנה, אם כי

הנקודות P ו Q עולות או יורדות.

לכן המינימום עבור \overline{OQ} יתקבל