

# תנועתו של גוף בהשפעת כוח משתנה

גירסה חדשה לניסוי "החוק השני של ניוטון" (בעזרת מערכת V-scope)

ראו שורף, תיכון עירוני ה' - ע"ס סלימאן - חיפה

תקציר

בניסוי המתואר כאן מנתחים תנועת גוף בהשפעת כוח אלסטי (המסופק על-ידי קפיץ שמתוחותו משתנה תוך כדי התנועה) בעזרת מערכת ה-V-scope בתוספת גיליון האלקטרוני "פסיפס".

מילות מפתח:

החוק השני של ניוטון, מערכת V-scope, גיליון אלקטרוני "פסיפס".

## מבוא

הניסויים המסורתיים העוסקים בחקירת תנועתם של גופים מבוססים בדרך כלל על מצבים שבהם פועל על הגוף כוח **קבוע** בפרק זמן מסוים. הדוגמה הבולטת לכך היא הניסוי "החוק השני של ניוטון" המופיע ברשימת ניסויי החובה לבחינת הבגרות במעבדה. בניסוי זה מבצע התלמיד מספר רב של מדידות, ותוך כדי כך נאספים על שולחן העבודה מספר רב של סרטי רשם זמן. עיבוד התוצאות דורש מהתלמיד עבודה טכנית מפרכת המתבצעת בדרך כלל בבית, ללא ביקורת וללא יכולת לחזור על המדידות במידת הצורך. התהליך מסתיים לעיתים במסקנה כי "הניסוי לא יצא!" שימוש במיכשור מדידה מתקדם יותר, כגון שערים אופטיים, מגביל את המדידה למספר קטן של נקודות דגימה (שתיים או לכל היותר ארבע) ולכן יש לבצע את הניסוי בתנאים אידיאליים ככל האפשר (ללא חיכוך, על מסילת

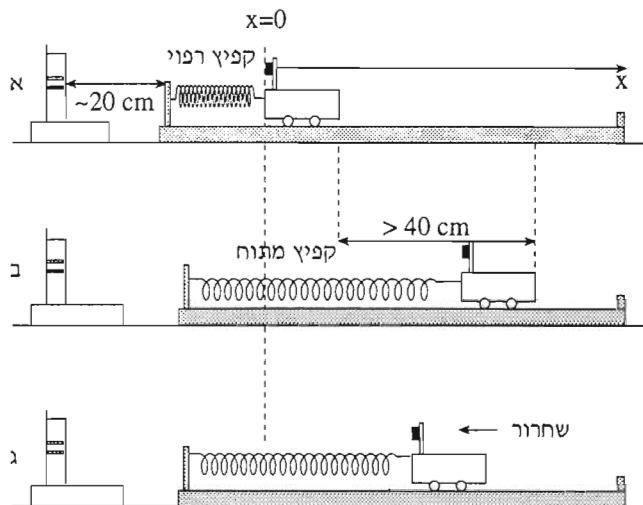
אוויר). דידקטית, יש פגם מסויים בטיפול במקרה הפרטי והאידיאלי כשמטרתנו לדון בעקרון כללי התופס בכל תנאי.

במאמר זה אציע גישה שונה לניסוי "החוק השני של ניוטון" תוך שימוש בכלי מדידה ועיבוד ממוחשבים. מלבד השיפור בדיוק, מספק השימוש בציוד המודרני עושר של נתונים וכלים חזקים ונוחים לעיבודם, ועל ידי כך משחרר את התלמיד מ"העבודה השחורה" והמייגעת ומאפשר לו להתעמק בניתוח משמעות הממצאים ובהבנתם.

הרעיון הוא פשוט: נפעיל על הגוף כוח משתנה שאופיו ידוע, נעקוב אחר התנועה בעזרת ה-V-scope, וננתח את הממצאים באמצעות גיליון אלקטרוני, במטרה לאמת את החוק השני של ניוטון. מדוע דווקא כוח משתנה? החוק השני של ניוטון מתייחס לקשר בין הכוח והתאוצה **בכל מצב**, ולא רק במקרה של כוח קבוע! העובדה שהניסויים שביצענו עד

קבוע של כ-  $6.8 \frac{N}{m}$ , מסה של כ-90 גרם ואורך של כ-15 ס"מ.

- ★ מערכת V-scope (חד מימדית או תלת מימדית).
- ★ גיליון אלקטרוני לעיבוד מתקדם של הנתונים (בדוגמה זו השתמשתי בגיליון "פסיפס" - גירסה מורחבת - 1992).



תרשים 1: מערך הניסוי. (א) קביעת הראשית כאשר הקפיץ רפוי. (ב) מתיחת הקפיץ. (ג) תנועת העגלה.

### מהלך הניסוי

הניסוי נערך על לוח הרצה (לא הכרחי). מערך המדידה הוא "1D-Horizontal" כאשר כפתור מותקן על לוחית צמודה לעגלה או ישירות על העגלה כמתואר בתרשים 1.

★ בעזרת תוכנת ה-V-scope קובעים את נקודת הראשית  $x = 0$  של המדידה כאשר העגלה מוצבת במצב שבו הקפיץ רפוי (תרשים א1).

★ מזיזים את העגלה תוך מתיחת הקפיץ - רצוי לפחות בשיעור 40 ס"מ, כדי שייקלטו נתונים בקטע הדרך בו העגלה מגיעה למשטר תנועה מסודר (תרשים ב1).

★ מפעילים את המדידה ומשחררים את העגלה (כמתואר בתרשים ג1). בזמן המדידה ניתן לצפות ישירות בגרפים  $x(t)$  ו- $a(t)$ .

רצוי להפסיק את המדידה מיד לאחר שהעגלה הגיעה ל- $x = 0$  כדי לא להעמיס את הקובץ בנתונים מיותרים ולא רלבנטיים.

★ אם המדידה בוצעה בהצלחה שומרים את הנתונים כקובץ ASCII.

★ משנים את מסת העגלה, וחוזרים על הניסוי לפחות עוד פעמיים, בעומסים שונים של העגלה.

היום עסקו באירועים שבהם הכוח קבוע נבעה מהמגבלה הטכנית שלנו לעקוב אחר התנועה באופן מפורט ומדויק. האמצעים המודרניים מאפשרים מעקב רצוף אחר התנועה תוך חישוב מיידי של כל הנתונים הקינמטיים (העתק, מהירות ותאוצה) כך שבניסוי אחד בלבד, שבו הכוח אינו קבוע, נוכל לבחון את החוק השני של ניוטון עבור מגוון גדול של ערכי תאוצה.

### רקע תיאורטי

הניסוי אמור לבחון את הקשר בין תאוצה, כוח ומסה. אם הניסוי מבוסס על מדידות קינמטיות בלבד (אין מדידה ישירה של כוח!) יש ליצור מצב שבו אופי הכוח ידוע וניתן לקשר אותו כמותית, ובאופן ישיר, לאחד הנתונים הקינמטיים הנמדדים בניסוי. אחת האפשרויות היא להשתמש בכוח שמעצם טיבו קשור להעתק; לדוגמה, כוח שמופעל על ידי קפיץ. בניסוי המוצע הכוח המשתנה מופעל על ידי קפיץ הקשור לעגלת הדינמיקה (תרשים 1).

הכוח שהקפיץ מפעיל על העגלה הוא  $F = -k \cdot \Delta x$

כאשר  $\Delta x$  היא התארכות הקפיץ (ביחס למצבו הרפוי), ו  $k$  הוא הקבוע האלסטי של הקפיץ.

כנגד הכוח שמפעיל הקפיץ פועל כוח החיכוך  $f = \mu mg$  אשר עבור מסה  $m$  מסוימת, יכול להיחשב כקבוע ( $\mu$  הוא מקדם החיכוך).

משוואת התנועה היא:  $k\Delta x - f = ma$ : הפונקציה שנחקור היא:

$$a = \frac{F}{m} - \frac{f}{m}$$

$$(א): a = \frac{k\Delta x}{m} - \mu g$$

אם נקבע את הראשית  $x = 0$  במצב שבו הקפיץ רפוי, אזי מדידת המיקום תספק ישירות את  $\Delta x$  ונוכל לרשום:

$$a(t) = \frac{kx(t)}{m} - \mu g$$

על פי ניתוח עיוני זה, אם נסרטט את התאוצה הרגעית  $a(t)$  כתלות בכוח הרגעי  $F(t) = k \cdot x(t)$  נצפה לקו ישר ששיפועו תלוי במסה. אימות החוק השני יתבסס על ניתוח התוצאות לאחר חזרה על הניסוי עם מסות (ידועות) שונות.

### תיאור הניסוי

הציוד הדרוש:

★ עגלת דינמיקה, משקולות, ולוח הרצה.

★ קפיץ "רך" יחסית. בניסוי זה השתמשתי בקפיץ בעל

## ניתוח התוצאות – דוגמה

בתום הניסוי (שנמשך כמה דקות) נאגרו במחשב שלושה (או יותר) קבצים המכילים נתונים על ההעתק  $x$  והתאוצה  $a$  עבור שלוש מסות שונות. כדי לאמת את החוק השני של ניוטון הם צריכים לעבור עיבוד נוסף שיתבצע בקלות בעזרת הגיליון "פסיפס". לקובץ החדש שיצרתי בגיליון ייבאתי את נתוני המדידה מתוך קובצי ה-V-scope. לשם הנוחות ניתן למזג באותו קובץ בגיליון את הנתונים מכל המדידות שבוצעו עם מסות שונות. בטבלה 1 מוצגים הממצאים כפי שהופקו מה-V-scope. בנוסף לערכי התאוצה וההעתק שנרשמו אוטומטית, הגדרתי עמודה שלישית, של הכוח הרגעי  $F = kx$  שהפעיל הקפיץ על העגלה.

בדוגמה זו בוצעו שלושה ניסויים שסומנו ב-A, B ו-C, עם מסות שונות:  $m_A, m_B, m_C$ .

בניסוי A - העגלה היתה ריקה ועליה הותקנה לוחית עם חיישן (כפתור ה-V-scope).

$$m_A = 0.658 \text{ kg}$$

בניסוי B - עגלה + 2 גלילי ברזל

$$m_B = 1.258 \text{ kg}$$

בניסוי C - עגלה + 4 גלילי ברזל

$$m_C = 1.858 \text{ kg}$$

$$k = 6.8 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \text{ קבוע האלסטיות של הקפיץ,}$$

בתרשים 2 מוצגים הגרפים של ההעתק והתאוצה כתלות בזמן.

לשם אימות החוק השני נצטרך לסרטט את גרף התאוצה הרגעית כפונקציה של הכוח הרגעי שהקפיץ מפעיל על הגוף הנע ולבדוק באיזו מידה הקשר בין התאוצה לכוח אמנם תואם את גודלן של המסות.

בתרשים 3 מוצגים הגרפים של התאוצה כתלות בכוח  $kx$  עבור שלושת הניסויים שבוצעו עם המסות השונות.

ניתן לראות בבירור כי הקשר בין הכוח הגורר לבין תאוצתו הוא קשר ליניארי. במילים אחרות, בין הכוח השקול לבין התאוצה קיים יחס ישר, ממנו ניתן למצוא את גורם הפרופורציה, שהוא מסת הגוף.

בעזרת הגיליון האלקטרוני נוכל לקבל את משוואת הישר המתאר את הפונקציה  $a = f(F)$  עבור כל גרף. בניסוי שביצעתי התקבלו הקשרים הבאים:

$$a = 1.40F - 0.05 \quad \text{ניסוי A:}$$

$$a = 0.74F + 0.01 \quad \text{ניסוי B:}$$

$$a = 0.51F - 0.02 \quad \text{ניסוי C:}$$

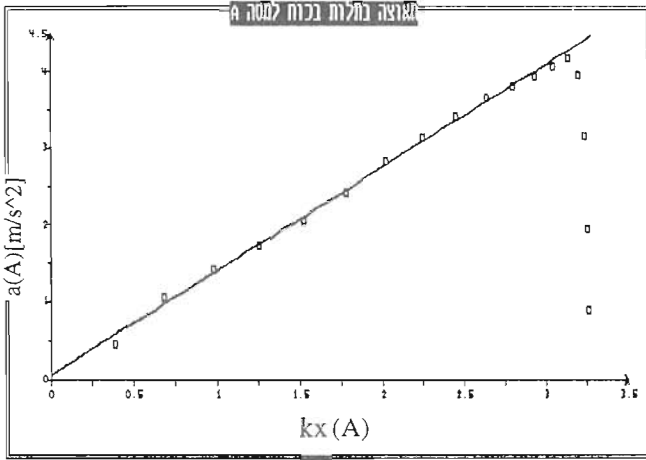
אם משווים את כל אחת מן הפונקציות למשוואת התנועה:  $a(t) = \frac{F(t)}{m} - \mu g$ , נוכל למצוא את המסה הנעה בהשפעת הכוח המשתנה  $F$ :

$$m_A = 0.714 \text{ kg} \quad ; \quad \frac{1}{m_A} = 1.4$$

$$m_B = 1.350 \text{ kg} \quad ; \quad \frac{1}{m_B} = 0.74$$

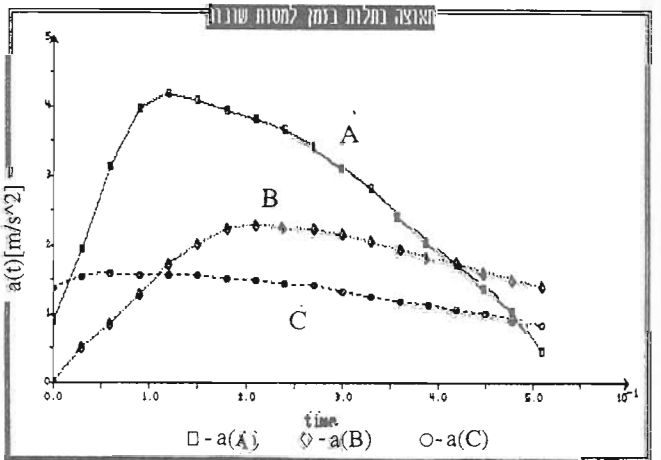
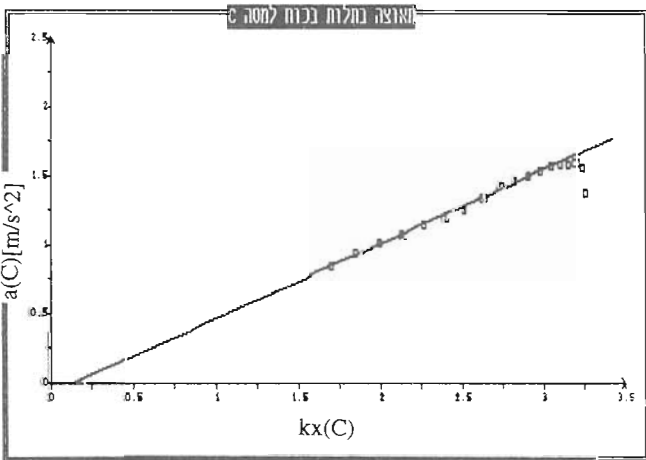
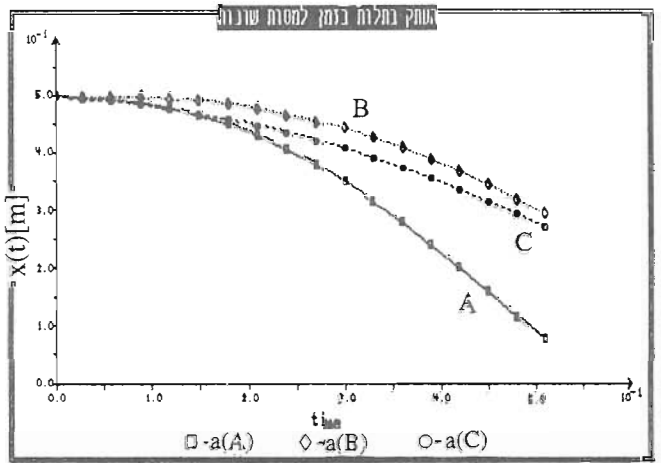
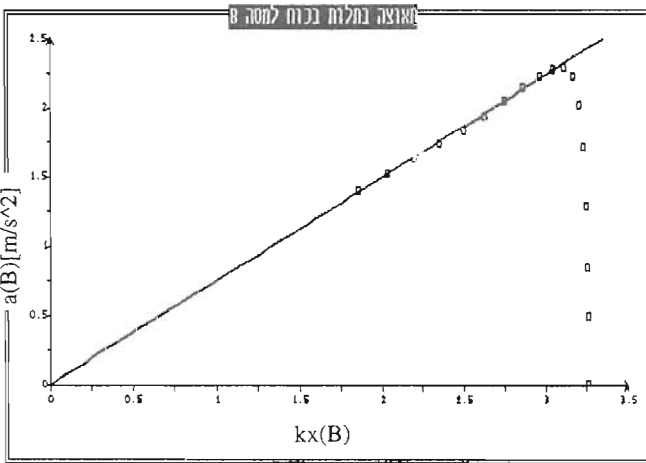
time (sec)	x(A) (m)	kx(A) (N)	a(A) (m/s <sup>2</sup> )	x(B) (m)	kx(B) (N)	a(B) (m/s <sup>2</sup> )	x(C) (m)	kx(C) (N)	a(C) (m/s <sup>2</sup> )
0	0.500	3.262	0.88	0.500	3.261	0.00	0.499	3.255	1.37
0.03	0.499	3.257	1.94	0.88	3.261	0.49	0.496	3.236	1.56
0.06	0.496	3.239	3.14	0.499	3.259	0.85	0.492	3.208	1.59
0.09	0.491	3.201	3.96	0.498	3.250	1.29	0.486	3.170	1.58
0.12	0.482	3.138	4.19	0.496	3.234	1.71	0.479	3.122	1.58
0.15	0.468	3.049	4.08	0.492	3.208	2.02	0.471	3.065	1.57
0.18	0.452	2.935	3.93	0.486	3.168	2.22	0.461	2.997	1.53
0.21	0.431	2.797	3.81	0.478	3.114	2.29	0.450	2.921	1.49
0.24	0.408	2.636	3.66	0.468	3.045	2.27	0.437	2.836	1.46
0.27	0.381	2.452	3.42	0.456	2.963	2.22	0.423	2.741	1.42
0.3	0.350	2.247	3.13	0.442	2.866	2.15	0.408	2.638	1.33
0.33	0.318	2.023	2.81	0.425	2.757	2.05	0.391	2.526	1.25
0.36	0.282	1.782	2.43	0.407	2.635	1.94	0.374	2.407	1.19
0.39	0.244	1.525	2.06	0.388	2.501	1.84	0.355	2.281	1.14
0.42	0.205	1.257	1.73	0.366	2.356	1.74	0.336	2.147	1.07
0.45	0.164	0.978	1.41	0.343	2.200	1.63	0.315	2.007	1.00
0.48	0.122	0.690	1.07	0.319	2.034	1.52	0.294	1.861	0.93
0.51	0.078	0.395	0.46	0.293	1.858	1.40	0.271	1.710	0.84

טבלה 1



$$m_C = 1.960 \text{ kg} \quad ; \quad \frac{1}{m_C} = 0.51$$

לאילו ערכי מסה יש להשוות את תוצאות הניסוי? הקפיץ עצמו נע יחד עם העגלה, ומסתו איננה זניחה (היא מהווה כ-10% מהמסה הכוללת). לכן, לשם הדיוק, עלינו לקחת בחשבון גם את מסת הקפיץ שהשתתפה בתנועה זו: לכל ליפוף ש(כמעט) לא אז בצד אחד של הקפיץ מתאים ליפוף אחד בקצה השני שזו לאורך כל הדרך, כך שנוכל לומר כי בממוצע, מחצית מסת הקפיץ השתתפה יחד עם העגלה בתנועה. עלינו אם כן להוסיף כ-45 גרם למסה שנמדדה לפני הניסוי. נשווה את המסות המתוקנות עם ערכי המסות המתקבלות מהפעלת החוק השני של ניוטון.



תרשים 3: גרפים של התאוצה בתלות בכוח לשלוש המסות.

תרשים 2: גרפים של ההעתק והתאוצה בתלות בזמן עבור שלוש המסות.

המסות המתוקנות (מחושבות):

$$m'_A = 0.658 + 0.045 = 0.703 \text{ kg}$$

$$m'_B = 1.258 + 0.045 = 1.303 \text{ kg}$$

$$m'_C = 1.858 + 0.045 = 1.903 \text{ kg}$$

המסות על פי הניסוי:

$$m_A = 0.714 \text{ kg}$$

$$m_B = 1.350 \text{ kg}$$

$$m_C = 1.960 \text{ kg}$$

השגיאה היחסית:

$$\frac{\Delta m_A}{m_A} = 1.6\% , \quad \frac{\Delta m_B}{m_B} = 3.6\% , \quad \frac{\Delta m_C}{m_C} = 3\%$$

ואכן התוצאות מראות על דיוק טוב למדי.

הדיוק ועושר הממצאים המושגים בניסוי זה מאפשרים הסקת מסקנות שונות ומגוונות הקשורות לאופי תנועתו של הגוף ולכוח המשתנה שפעל עליו. להלן מספר הצעות לניתוחים אפשריים נוספים של התוצאות.

### הערכת מקדם החיכוך $\mu$

באופן עקרוני ניתן לחשב את  $\mu$  מתוך האיבר החופשי  $\mu g$  שבמשוואות הקווים. אולם בניסוי הספציפי שביצעתי, החיכוך נתגלה כגורם זניח: שלושת הגרפים של התאוצה כתלות בכוח עוברים כמעט דרך ראשית הצירים, דבר המראה כי בשלושת הניסויים חיכוך הגלילה אמנם זניח. במקרה A חיתוך הקו עם ציר ה-x הוא שלילי אך הוא כה קטן שאפשר לכלול אותו בתחום השגיאה של הניסוי.

### שלבי מעבר בתנועה

מתוך הגרפים  $x(t)$  ו- $a(t)$  (תרשים 2) אפשר לראות כי בשלב הראשון של התנועה, מייד לאחר שחרור העגלה, התאוצה עלתה בצורה חדה. הדבר יכול להמחיש לתלמידים את משמעותם של אזורי המעבר בגרפים קינמטיים.

### כוח ותאוצה רגועים בשלבים שונים של התנועה

שלושת הגרפים שהתקבלו בניסוי מאמתים בצורה ברורה את החוק השני של ניוטון. נוכל לבדוק בקלות מה הקשר בין  $a$  ל- $m$  כאשר  $F$  קבוע. לשם כך אפשר לנצל אופציה נוספת שגיליון "הפסיפס" מעמיד לרשותנו. נקבע, לדוגמה, כי הכוח  $F = 2\text{N}$  בכל גרף. בוחרים בתפריט: מודל גרפי/קריאה ואז מופיע סמן בצורת צלב בעזרתו מודדים בדייקנות את

הקואורדינטות בכל גרף. בדוגמה זו מקבלים:

בגרף בניסוי A:  $m_A = 0.703 \text{ kg}$ ,  $a_A = 2.77 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $m_A a_A = 1.95 \text{ N}$

בגרף בניסוי B:  $m_B = 1.303 \text{ kg}$ ,  $a_B = 1.48 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $m_B a_B = 1.93 \text{ N}$

בגרף בניסוי C:  $m_C = 1.903 \text{ kg}$ ,  $a_C = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ,  $m_C a_C = 1.90 \text{ N}$

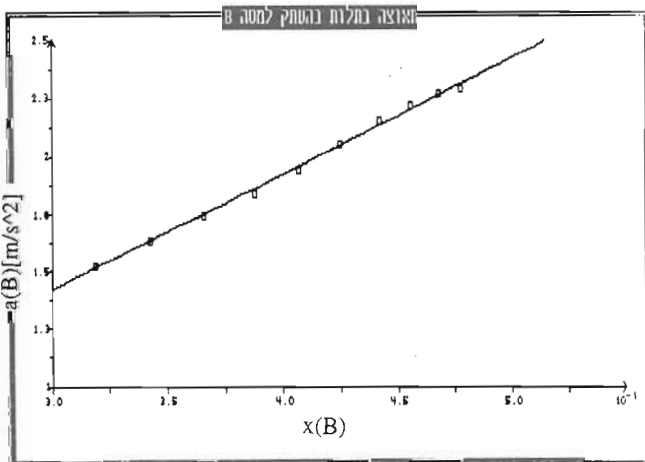
אפשר לראות כי כל מכפלה  $ma$ , המהווה את הכוח השקול שהאיץ את העגלה, קטנה מהכוח החיצוני הנבחר  $2\text{N}$ , כשהפרש הוא בערך כוח החיכוך. ראוי עוד לציין כי בניסוי C, בו העומס היה הגדול ביותר, החיכוך היה הגדול ביותר, אם כי עדיין קטן מאוד (5%).

### תנועה הרמונית

הרעיון להשתמש בקפיץ מתוח כמקור לכוח משתנה מתגלה כפורה מאוד מכיוון שלמעשה תנועת העגלה מהווה רבע מחזור של תנועה הרמונית שהיתה מבצעת לו התנועה היתה חופשית.

בתנועה זו מתקיים:  $|\dot{a}| = \omega^2 \cdot \Delta x$  כאשר:  $\omega^2 = \frac{k}{m}$

מכאן שאם נסרטט את  $a$  כפונקציה של  $\Delta x$  נצפה ששיפוע הגרף יהיה  $\omega^2$ . בתרשים 4 מופיע גרף התאוצה כפונקציה של  $\Delta x$  עבור ניסוי B.



תרשים 4: גרף של התאוצה כתלות בהעתק בניסוי B.

מתוך הגרף נקבל ש:  $\omega^2 = 5.1 \text{ s}^{-2}$ .

אם נניח שהמסה ידועה נוכל לחשב את קבוע הקפיץ:

$$k = m\omega^2 = 1.303 \cdot 5.1 = 6.64 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

כזכור, הערך של  $k$  שנמדד לפני הניסוי היה:  $k = 6.8 \frac{N}{m}$  (קיבלנו שגיאה יחסית של 2.3%).

## סיכום

בעקבות הניסיון שרכשתי במשך שנים עם התלמידים בביצוע הניסוי הרגיל של "החוק השני" ומתוך עדויות של מורים רבים על התוצאות הלא מעודדות שקיבלו בניסוי זה, הגעתי למסקנה שיש צורך בניסוי חדש, שיהיה לא רק מדויק יותר, אלא גם עשיר ומעניין יותר מבחינה פיסיקלית, כאשר השימוש במכשור מודרני מבטל את הצורך בעבודה הטכנית המיותרת הנדרשת היום מהתלמידים. הניסוי שהצגתי במאמר זה, מהווה אלטרנטיבה לניסוי המסורתי שמבצעים היום בבתי הספר בארץ. נכון הוא שמבחינת העלות, הניסוי שהצגתי דורש מכשור מודרני ויקר, אך הוא גם מתאים לתפיסה החדשה לפיה רצוי ואף חובה לעבור בהדרגה לכמה שיותר ניסויים ממוחשבים. בניסוי אחד בלבד, האורך דקות אחדות, התלמיד יכול לקבל את כל הנתונים המאפשרים לו לאמת את החוק השני של ניוטון, לעבד אותם בצורה מעניינת ומדויקת ולהסיק מסקנות רבות ומגוונות. בנוסף לכך, מאפשרת הגישה המוצעת לחרוג משגרת העבודה הנוכחית המשתמשת בכוח כגורם קבוע **הכרחי**, ומאפשרת לתלמיד להסיק מסקנות כלליות בדרך קצרה ותכליתית יותר.

ובאשר למערך הניסוי: חוץ ממחשב ומערכת ה-V-scope, שכבר מצויים יותר ויותר במעבדות בתי הספר, יש צורך בעגלה ובקפיץ רגיל (אם משתמשים בקפיץ בעל מסה עצמית ניכרת מכלול המסקנות הרבה יותר רחב). הניסוי שתואר מהווה גרסה מתאימה מאוד מבחינת התחכום והפשטות גם יחד, לניסויי בחינת הבגרות.

על הקושי, שבדרך כלל לא מצויה בבתי הספר יותר ממערכת מדידה אחת, ניתן להתגבר כפי שתמיד נהגנו כשהשתמשנו בציוד מתקדם: עובדים בקבוצות בשיטת הרוטציה, כשבכל שבוע כל קבוצת תלמידים מבצעת ניסוי שונה. במקרה זה, כיוון שהניסוי עצמו אורך מספר דקות, ניתן לבצעו מספר פעמים במהלך שיעור אחד. אם יש במעבדה מספר מחשבים ומערכת מדידה אחת, ניתן לבצע את הניסוי, ולעבור לעיבוד הנתונים בגיליון במחשב אחר, ועל ידי כך לאפשר לקבוצה נוספת לבצע את הניסוי במהלך אותו שיעור. כיוון שלתלמידים רבים יש מחשבים אישיים אפשר יהיה לתת להם להמשיך לבצע את ניתוח הנתונים בבית. הניסוי החדש שתיארתי יושם בהצלחה עם תלמידים, כבר בשנת הלימודים הנוכחית, בתנאי מעבדת הפיסיקה של בית ספרנו, שבינתיים מצוידת ב-V-scope ובמחשב אחד.

המחלקה להוראת המדעים  
מכון ויצמן למדע



## ספרים חדשים

### העומדים לצאת לאור במחלקתנו

1. **מכניקה - עדי רוזן וזאב קרקובר.** (מהדורה ניסויית)  
כרך א' של הספר יהיה בחנויות הספרים בסוף חודש אוגוסט שנה זו.  
כרך ב' יופיע לקראת סוף חודש דצמבר שנה זו.
2. **פיסיקה - מבחני בגרות ברמה של 3 י"ל - עדי רוזן.**  
ספר חדש הכולל את בחינת הבגרות שהתקיימה בקיץ תשנ"ד

נזכירכם כי את כל הספרים שבהוצאתנו אפשר לרכוש בחנויות הספרים

וב"גסטלטי", חברה לשיווק והפצה בע"מ, רח' היוצק 4, מפרץ חיפה, ת.ד. 2088, חיפה 31020 טל. 04-419353, 04-410083