

נדנדה בתהודה

ד"ר זאב קרקובר, המרכז הישראלי למצוינות בחינוך



תהודה (Resonance) אינה רק שם של כתב עת איכותי, אלא גם תופעה בעלת חשיבות שנתרת בשולי תכנית הלימודים. זהו משפט הפתיחה שכתבתי במאמר על תהודה לפני כשבע עשרה שנה, ואשר פורסם באכסניה הזאת¹. נראה לי כי זה אמור להיות גם משפט הפתיחה למאמר שלפנינו, שאותו אני כותב בהיענות להזמנת מערכת "תהודה", בעבור המדור "עושים תהודה".

תהודה כמשל

תופעת התהודה נראתה לי תמיד טבעית ביותר גם לתהליך ההוראה. כדי שההוראה תהיה משמעותית, חייב להיות סוג של תיאום בין התדירות שבה משדר המורה, לבין התדירות הפנימית העצמית של הלומד. כאשר המורה מנסה להתעלם מן התדירות העצמית של הלומד, יתקבל דיסוננס. אם המורה יכוון אל ליבו של הלומד, הפועם בקצב משלו, הוא עשוי לחולל חוויה מפעימה ומעצימה. תיאום התדירויות הזה הוא סוד ההוראה. לא אאריך בעניין זה, שהרי לכך כיוון כבר עמיתי **אלי שלו**, במאמר שפרסם במדור זה².

תהודה בנדנדה

מערכת "תהודה" ביקשה ממני להתייחס אל התהודה המתקבלת בנדנדה. הנדנדה היא אותה מטוטלת אנושית שמוכרת לנו מגן השעשועים. גם המטוטלת היא מערכת מכוננת בהוראת הפיזיקה, מפני שהיא מדגימה בפשטות עקרונות רבים. בקשת המערכת הזכירה לי מאמר נוסף שכתבתי ל"תהודה" לפני קרוב לשש עשרה שנה³. המאמר הוא עסק בתנועה חופשית של מטוטלת. הגיע הזמן לעסוק במטוטלת במצבי תהודה.

בעבורי, הנדנדה היא נקודת המוצא להסבר תופעת התהודה. בכל פעם שאני מבקש להסביר תהודה, אני פותח בנדנדה. וזה סיפור המעשה. אב הולך עם בתו לגן השעשועים. הוא מושיב אותה על נדנדה ומניח לה להתנדנד. במהלך הזמן התנועה הולכת ודועכת. האב מתערב במהלך התנועה כדי למנוע דעיכה, ואולי אפילו כדי להגדיל את משרעת התנועה. כיצד הוא עושה זאת? האב דוחף את הנדנדה אחת למחזור, בדרך כלל מיד לאחר שהנדנדה מגיעה לנקודת שיא הגובה. באופן כזה הוא דוחף בכיוון התנועה, עושה עבודה חיובית ומגדיל את האנרגיה הקינטית. אם יקפיד לעשות זאת אחת למחזור, יוסיף אנרגיה בכל פעם. לעומת זה אם האב יסיח את דעתו מן הנדנדה, יפנה את ראשו וישיח עם אב אחר, הוא עלול לאבד את הקצב הנכון של סדרת הדחיפות. במהלך הזמן הוא ימצא את עצמו דוחף גם כנגד כיוון התנועה. ככל שתדירות הדחיפות תתרחק מתדירות התנועה, יתברר בתוך זמן קצר יותר כי במחצית הזמן האב נותן אנרגיה, אך

1 תהודה - מדידת עקומות הענות, תהודה, כרך 16, חוברת 3.

2 תהודה בכיתה - בין המורה, התלמידים והקבוצה, תהודה, כרך 28, חוברת, עמודים 34-42.

3 המטוטלת, תהודה, כרך 17, חוברת 1, עמוד 15.

במחצית האחרת הוא נוטל אנרגיה. ככל שתדירות הדחיפות תהיה קרובה יותר לתדירות התנועה, יארך זמן רב יותר עד שהאב יגיע למצב שבו הוא נוטל אנרגיה מן המערכת. בתיאום תדירויות מלא, האב יוכל להמשיך להעניק אנרגיה עד זמן ארוחת הערב. זהו העיקרון של התהודה בפשטותו. האב יוכל להסביר אותו (לא תקני) בשעה שהוא מנדנד את בתו, כאשר הוא עומד על רגל אחת.

תנודת מטוטלת ללא מנדנד חיצוני

אם האב ישקע בשיחתו, הוא עלול להפסיק לדחוף את הנדנדה. מרגע זה התנועה תלך ותדעך. ואולם מתברר כי הבת מסוגלת להסתדר גם ללא האב. מי שעורך תצפיות בגני שעשועים, מגלה כי ילדים (וגם מבוגרים ילדותיים) מוצאים דרך להגדיל את המשרעת ללא מתערב חיצוני. ממבט ראשון זה מפתיע ומטלטל. הרי ניוטון הבטיח שהגדלת התנועה מחייבת כוח חיצוני. גם חוק שימור האנרגיה נמצא כאן מאותגר. הדבר מטריד אותנו בכל פעם שאנו חולפים ליד גן השעשועים. אנו רושמים בזיכרוננו כי הגיע הזמן לברר את העניין, אחת ולתמיד, אך בביקור המזדמן הבא בגן השעשועים אנו מגלים כי הזיכרון הוא בוגדני (ושוכחים גם את זה). זה הזמן, להעלות את הדברים על הכתב, לכבודה של האכסניה.

מורכבות המערכת

לפני שניגש לדיון, יש לזכור כי מדובר במערכת מורכבת, הרבה מעבר למה שאנו מלמדים. כידוע, עיקר המאמץ נעשה בהוראת התנועה של "גופים נקודתיים", וגם זה מתברר כעניין שכרוך במאבק כנגד תפישות מוקדמות ובבניית תפישה אחרת תחתן. במאמץ כביר נבנית בהדרגה אינטואיציה חלופית. חלק קטן מן התלמידים זוכה להיכרות עם מערכות לא נקודתיות, מן הטיפוס של "גוף קשיח", ומסוגל להרחיב את האינטואיציה לגופים כאלה. המערכת שלפנינו אינה נמצאת בתחום הזה. אין מדובר כאן בגוף קשיח, שמרכז המסה שלו הוא נקודה גאומטרית מוגדרת. המערכת המתנדנדת מורכבת מחבל, כיסא ואדם, והאדם מסוגל לשנות את המיקום של כל אחד מאיבריו ביחס ליתר חלקי המערכת וביחס לאיבריו האחרים. חלק מן האינטואיציות שעומדות לרשותנו אינן רלוונטיות כאן. חלק מן הכלים שאנו משתמשים בהם אינם בהכרח הרלוונטיים ביותר לתיאור מערכת שכזאת. קל מאוד למעוד כאן. ננסה לעשות דברים בזהירות.

האם הגדלת המשרעת נוגדת את החוק השני של ניוטון?

נבחן תחילה את תחושת הדיסוננס עם עקרונות היסוד. אכן, כדי להאיץ יש צורך בכוח חיצוני. בהיעדר האב, מי מספק את הכוח החיצוני הנדרש להגדלת המשרעת? כדי להשיב על כך, עלינו לזכור שיש כוח חיצוני נוסף, והוא הכוח שמופעל על הנדנדה בנקודת התלייה של החבל, שדרכה עובר ציר הסיבוב. מתברר כי ילדים יודעים לגרום לכוח הזה לגדול ולקטון, לפי הצורך. כיצד הם עושים זאת? נדון בכך בהמשך.

הדבר מזכיר לנו את תנועת המכונית. המכונית אינה נגרת על ידי סוס ואינה נדחפת על ידי גודד עבדים. הגורם המניע נמצא בתוך המכונית. ומה על החוק השני של ניוטון המחייב כוח חיצוני? יש כוח חיצוני כזה, והוא כוח החיכוך. כאשר אנו מסובבים את הגלגל בכיוון מסוים, מופעל על המכונית כוח חיכוך (סטטי). זהו הכוח שניוטון דורש. החיכוך אינו פועל לאורך דרך ואינו מספק אנרגיה, אך הוא תנאי הכרחי להנעת המכונית.

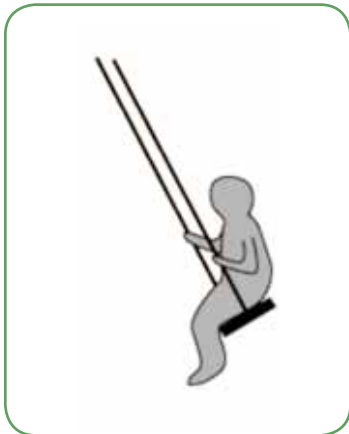
כיוצא בזה מתרחש כאשר אנו הולכים. את האנרגיה אנו מספקים, אך ללא החיכוך החיצוני, לא היינו מתקדמים.

שאלת שימור האנרגיה

אם הכוח החיצוני אינו מספק את האנרגיה לתנועה, מי מספק אותה? במקרה של הילדה המתנדנדת, ספקית האנרגיה היא הילדה עצמה. בעוד הכוח אמור להיות חיצוני, ספק האנרגיה יכול להיות פנימי, בלי לחלל עקרונות מקודשים. האנרגיה שהגיעה לגוף בארוחת הבוקר, מומרת כאן לאנרגיה של תנועה.

כיצד יוצאים ממצב מנוחה?

עתה, משנמצאנו חפים מן הפשע של הפרת חוקי יסוד, יש בנו הרוגע הנדרש כדי לנסות להבין כיצד מצליחים ילדים לממש את המותר. מניין מגיע הכוח האופקי שמגביר את המשרעת? הדבר מטריד במיוחד כאשר הילדה מצליחה לחלץ את הנדנדה ממצב מנוחה. נתבונן, לדוגמה, במקרה שבו המטוטלת מורכבת מחבל, מושב וילד, כאשר הילדה ניצבת על המטוטלת במצב מנוחה. במצב זה אין כוחות חיצוניים בכיוון אופקי. לפנינו מערכת חד-ממדית אנכית, שבה החבל, המושב והילדה נמצאים על קו אנכי אחד. מרכז המסה של המטוטלת נמצא על הציר האנכי הזה. כוח הכובד אינו מפעיל מומנט. כיצד אפשר להוציא את המערכת ממצב הסימטרי הזה? כיצד אפשר להזיז את מרכז המסה של המטוטלת מציר הסימטריה האנכי?



איור 1

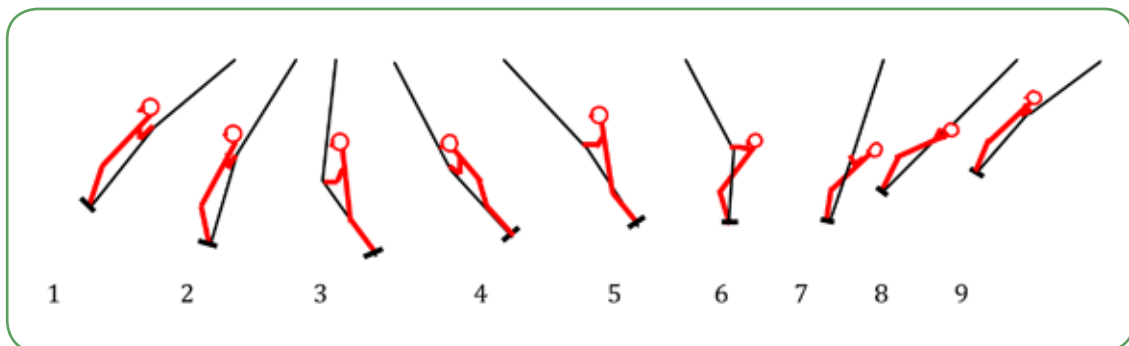
ילדים מנסים להסיט את החבל קדימה ואחורה. אם הילדה הצליחה להסיט את החבל ימינה (אחורה, כנגד מגמת מחוגי השעון), החבל יהיה נטוי אלכסונית וימשוך את הציר ימינה (איור 1). על פי החוק השלישי של ניוטון, הציר יפעיל על הנדנדה כוח שמאלה. אין צורך בניתוח מפורט יותר כדי להבין שהילדה מסוגלת לגרום לציר להפעיל כוח חיצוני, שיכול להניע את מרכז המסה של הנדנדה שמאלה (או ימינה).

כדי להגדיל את המשרעת יש צורך בכוח חיצוני בכיוון התנועה, במהלך הזמן. זה יביא לתוספת אנרגיה מתמדת. הכוח החיצוני אמור לתאום את תנודת המטוטלת בתדירות ובמופע. כיצד הילדה יודעת מהו זמן המחזור? היא עוקבת אחרי התנועה ומתאימה את עצמה. זה אינו קיים בעת היציאה ממצב מנוחה. הנדנדה אינה מתנדנדת, והילדה אינה מזהה את התדירות. מסיבה זו קל יותר להגדיל משרעת ממצב של תנודה מאשר לצאת לדרך ממצב מנוחה. נניח, אפוא, לדיון המפורט בתהליך היציאה ממנוחה ונדון במקרה המעשי של הגדלת המשרעת.

כיצד מגדילים משרעת?

נתבונן בסדרת המצבים העוקבים המתארים תנועה של מתנדנד שעומד על הנדנדה, כפי שעלו ממעקב אחרי תנודה. פני המתנדנד מביטות לצד שמאל של האיור וגבו מופנה ימינה. סדרת המצבים המרכיבה את איור 2 מתארת מחזור שלם, מן הנקודה השמאלית ביותר וחזרה (ממצב 1 ועד למצב 9).

אפשר לראות כי המשרעת בסוף המחזור (9) גדולה מן המשרעת בתחילתו (1). ברגע שהמתנדנד מגיע לקצה הימני



איור 2

(מצב 5) הוא מטיל את גבו אחורה עד שידי נמצאות במצב אופקי. עם תחילת הירידה הוא מושך בידיו את החוט ימינה. על פי החוק השלישי של ניוטון, ציר הסיבוב (נקודת התלייה) יפעיל על הנדנה כוח שמאלה. כוח חיצוני זה מגדיל את מהירות מרכז המסה בשלב הירידה (6).

זהו אבטיפוס של תנועה מן הסוג הזה. בקווים דומים, עם וריאציות מתבקשות, אפשר להסביר את הגברת המשרעת במצבי ישיבה, וכאשר החבל מוחלף במוט קשיח.

מהי תהודה?

הדוגמה שלפנינו מעידה על כך שתהודה אינה חייבת להתרחש כאשר יש התאמה בין גורם חיצוני לבין גורם פנימי. תהודה עשויה להתרחש גם כאשר ההתאמה היא בין גורמים בתוך המערכת (אגב ניצול "מתוחכם" של גורמים חיצוניים "פסיביים").

תנודות רדיאליות של מרכז המסה

בתהליך שהוצג קודם מרכז המסה נע בכיוון ניצב לקו המחבר בינו לבין הציר. האם גם תנודות רדיאליות של מרכז המסה יאפשרו הגדלה של המשרעת? לכאורה לא, שהרי אנו מעוניינים להשפיע על התנועה בכיוון הניצב. ובכל זאת, מתברר שזה אפשרי. שינוי במיקום של מרכז המסה לאורך הרדיוס משנה את המומנט של כוח הכובד ביחס לציר (מפני שזרוע הכוח משתנה) וכן את מומנט ההתמדה של הנדנדה המאווישת. שינויים אלה יתבטאו גם בשינויים בתנע הזוויתי ובמהירות הזוויתית.

מתברר כי הדבר מתאפשר כאשר המתנדנד עובר זקוף דרך מרכז התנודה (המצב האנכי), וכי הוא מכווץ בנקודות שיא הגובה.

מנקודת הראות של התנועה הרדיאלית (לאורך הרדיוס) מגמת התנועה הזוויתית אינה מעלה ואינה מורידה. במובן זה מחזור אחד של התנועה הרדיאלית (מנקודת שיא אחת לנקודה העוקבת אותה) הוא מחצית המחזור של התנועה הזוויתית. כדי לקבל תהודה (הגדלה של המשרעת הזוויתית), יש צורך להביא את מרכז המסה לתנודה רדיאלית בתדירות כפולה. זה עשוי להפתיע, אך הדברים מתממשים במגרש המשחקים. גם אם בתחילה נראה כי הדבר אינו צולח, בהמשך מתברר כי המשרעת גדלה באופן מעריכי! מתנדנדים מיומנים עושים את שתי התנועות כאחת.

תהודה פרמטרית

העירור באמצעות תנודה רדיאלית הוא מקרה פרטי של מה שמקובל לכנות "תהודה פרמטרית". במקרה זה התהודה נובעת משינוי מחזורי בפרמטרים של המערכת (זרוע הכוח של הכובד ומומנט ההתמדה) הקובעים את התדירות העצמית של המערכת. מתברר כי במקרה כזה דווקא שינוי של הפרמטרים בתדירות כפולה מן התדירות העצמית מביא לתהודה המשמעותית ביותר. זה אכן מפתיע ומעורר סקרנות.

עד כאן הכול נכתב ללא משוואות וללא ביטויים פורמליים, אך הסקרנות דוחקת בנו להתקדם בבירור העניינים המופלאים האלה, בתאוריה ובניסוי יזום, ממש כאן, בכתב העת המצוין הזה. לכך אנו מתכוונים, בלי נדה.

עמיתי, ד"ר דני שטייניץ, מן התיכון הישראלי למדעים ולאמנויות, הוא שותפי למחשבות על תהודה בעת הזאת. תבוא עליו ברכה.