

גישות להוראת תורת היחסות הפרטית

מאת: מ. מידב, י. קירש וז. מוסט
האוניברסיטה הפתוחה
דאוניברסיטת תל-אביב

בשנים האחרונות התפרסמו בארץ ובעולם מספר מאמרים המציגים גישות שונות להוראת תורת היחסות הפרטית. מטרת מאמר זה היא לדון ביתרונותיהן ובחסרונותיהן של הגישות השונות, ובשאלה מהי השיטה היעילה ביותר להצגת המכניקה היחסותית בפני תלמידים אשר זו להם הפגישה הראשונה עם הנושא. הכנת תורת היחסות הפרטית לעומקה דורשת ידע קודם במכניקה ובתיאוריה האלקטרומגנטית ויכולת מתמטית מסוימת. ואולם אם מסתפקים בהצגת הנחות היסוד של התורה ובדוגמאות קינמטיות ודינמיות פשוטות, אפשר ללמד את הנושא בהסתמך על ידע מצומצם במכניקה, מעט מאוד מתמטיקה, ומבלי להזדחך לידע קודם בחשמל. זו בדרך כלל המסגרת שבה נלמדת היחסות הפרטית בתיכון או בשנה ראשונה באוניברסיטה (כחלק מקורס במכניקה). את שיטות ההוראה שהוצעו למסגרת זו אפשר לחלק לשלוש קבוצות עיקריות שאותן בכנה לצורך הדיון בשם הגישה ההסטורית, הגישה הניסויית והגישה האכסיומטית.

הגישה ההסטורית

בגישה ההסטורית, שהיא המקובלת ברוב ספרי הלימוד, נקודת המוצא היא המשבר בפליסיקה בסוף המאה שעברה, שנבע מכשלונה של טרנספורמצית גליליי להסביר תופעות מסוימות הקשורות כתנועה יחסית בין מערכות יחוס אינרציאליות. הנחות היסוד של תורת היחסות הפרטית מוצגות כפתרון מבריק למשבר זה או כתוצאה הכרחית שלו. ניסוי מיכלסון-מורלי הוא כדרך כלל הדוגמה המודגשת או אף היחידה המוצגת בפני התלמיד, בעוד שהצד השני של המשבר: חוסר היכולת לטפל כראוי במשוואות מכסול במעבר בין מערכות אינרציאליות, מוזכר לכל היותר דרך אגב. מהתוצאה השלילית של ניסוי מיכלסון-מורלי מוסקת האיכווריאנטיות של מהירות האור וממנה נגזרת באופן מידי כמעט טרנספורמצית לורנץ:

$$(1) \quad x' = (x - vt) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$(2) \quad y' = y, \quad z' = z$$

$$(3) \quad t' = (t - vx/c^2) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

דרך אלגנטית להראות זאת היא לדון במקור אור נקודתי הנמצא במנוחה במערכת S ופולט גל כדורי בזמן $t = 0$, ולחפש טרנספורמציה שתתן תזית

גל כדורית גם במערכת S' (הנעה ביחס ל-S במהירות v בכיוון x).
הטרנספורמציה המבוקשת צריכה למעשה לשמור על צורת המשוואה:

$$(4) \quad x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

כאשר מציבים ב-(4) את טרנספורמצית גלילי:

$$(5) \quad x' = x - vt \quad , \quad y' = y \quad , \quad z' = z \quad , \quad t' = t$$

מקבלים איברים "מיותרים" אך כאשר משתמשים במשוואות (1) - (3) מתקבלת התוצאה המבוקשת. מורה המוכן לחשוף את תלמידיו למאמץ מתמטי מעט יותר גדול יכול "לפתח" את טרנספורמצית לורנץ בצורה הבאה: מציבים ב-(4) את הקשרים הלינאריים:

$$x' = \alpha x + \beta t \quad ; \quad t' = \gamma x + \delta t$$

ומוצאים כי הדרישה שנקבל גם ב-S' משוואה מהצורה של (4) מובילה בהכרח למשוואות (1) - (3).

את נוסחאות הקינמטיקה היחסותית הקשורות בהתכווצות האורך, התארכות הזמן, טימולטניות של מאורעות במערכות יחוס שונות וחיבור מהירויות מפתחים מטרנספורמצית לורנץ בעזרת שיקולים מתמטיים וניסויים מחשבתיים. ההתאמה בין ההיאוריה לתוצאות ניסוייות מוצגת כמבחן לנכונות ההיאוריה ולא כמוטיבציה לפיהח נוסחה זו או אחרת. הטרנספורמציה של הנע ואנרגיה והמושגים של מסה יחסותית ואנרגיה יחסותית מפותחים בדרך דומה.

דוגמאות לגישה החחוארת לעיל אנו מוצאים בספר "מכניקה" מקורס הפיסיקה של Berkeley⁽¹⁾ ובתכנית ההמשך של PSSC⁽²⁾. בהפעלת שיטה זו בביה"ס החיכון בישראל דנים למשל כשר⁽³⁾ ולינדמן⁽⁴⁾. נציין כי אפשר להתאים גישה זו לרמות שונות תוך בחירה טלקטיבית של הפיתוחים המתמטיים, הנוסחאות הנלמדות והדוגמאות. כתור דוגמא קיצונית נצביע על האפשרות ללמד עקרונות יחסותיים ברמה נמוכה מאוד של ידע מתמטי, תוך דילוג על טרנספורמצית לורנץ, והדגמת תופעות יחסותיות כגון התכווצות האורך והתארכות הזמן בהסתמך ישירות על האינורדינטיות של מהירות האור⁽⁵⁾.

גם בגישה זו נקודת המוצא להוראת היחסות הפרטית היא הסתירה בין תוצאות ניסוייות לתחזיות המכניקה הלא-יחסותית. אולם במקום ניסוי מייבלטון-מורלי מציעים חסידי גישה זו לעשות שימוש בניסויים מודרניים יותר מתחום הפיסיקה הגרעינית, מאיצי חלקיקים, קרינת קוסמית וכדומה. יתד על כן, גישה זו אינה גורסת הצגת ניסוי יחיד שבעקבותיו מפתחים את התיאוריה משיקולים מתמטיים, אלא מעדיפה לבסס את הלימוד על מספר ניסויים, כשפיתוח הנוסחאות היחסותיות מוצג כנסיון לפתור את הבעיות שמעוררים הניסויים. גישה זו קרובה לשיטת הלימוד תוך-כדי חקירה, כאשר הניסויים אינם מבוצעים, בדרך כלל, בפועל, אלא מוצגים בעזרת סרטים.

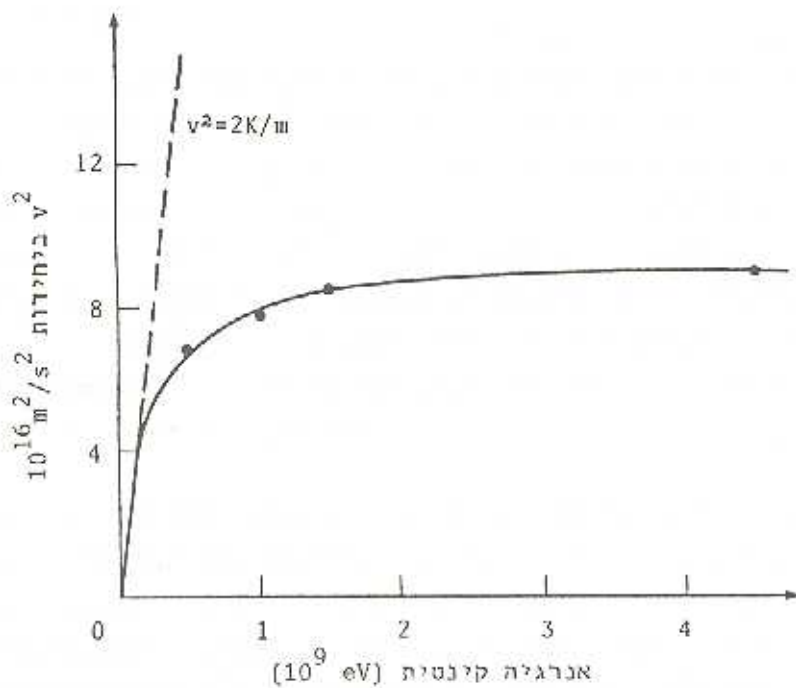
הניסוי שבו בחרו כמה מהמצדדים בגישה זו כנקודת מוצא בוצע על-ידי ברטוצי (Bertozzi) לצורך תכנית ההמשך של PSSC⁽²⁾ והונצח בסרט בשם "המהירות הגבולית" (The Ultimate Speed). בניסוי מואצים אלקטרונים למהירויות גבוהות בעזרת מאיץ קוי (0.5-15 MeV). מהירותם והאנרגיה שלהם נמדדות באופן בלתי תלוי והתוצאות מדגימות את כשלון נוסחת האנרגיה הקינטית $E = \frac{1}{2}mv^2$ במהירויות גבוהות (ראה תרשים 1).

מעניין לציין שבמקורו הופק הסרט להדגמת החלק הדינמי של הורח היחסות הפרטית, המופיע בתכנית PSSC במקומו המסורתי אחרי ההקדמה ההסטורית והחלק הקינמטי. בגישה החדשה מועתק ניסוי זה אל תחילת הקורס ומשמש במקום ההקדמה ההסטורית. א. פרנץ' (French) פותח את ספרו "יחסות פרטית"⁽⁶⁾ בדיון כתוצאות ניסוי זה, עובר לקשר בין אנרגיה ותנע של פוטונים ומסיק את הנוסחה $E = mc^2$ לפני הדיון במהירות האור ובקינמטיקה יחסותית.

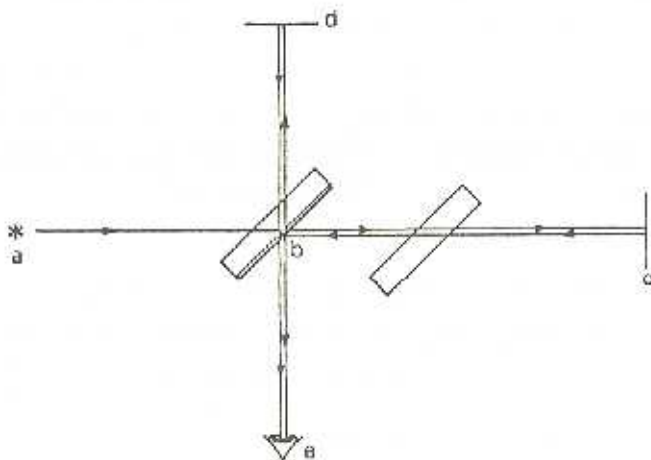
אורי הבר-שיים⁽⁷⁾ מציע למורה לחפש עם תלמידיו אחר ביסוי חיש לאנרגיה הקינטית, שיהאיה לגרף שבתרשים 1. לטענתו, לאחר שהתלמידים מנסים ניסויים מתמטיים אחדים, הם מגיעים למסקנה כי הנוסחה:

$$E = mc^2 \left\{ \frac{1}{[1-(v/c)^2]^{\frac{1}{2}}} - 1 \right\}$$

היא המתאימה ביותר לניסוי, ומכאן סלולה הדרך לפיתוח שאר הנוסחאות היחסותיות (בסדר הפוך לסדר "המקובל"), תוך עיון בחופעות נוספות מתחום הפיסיקה המודרנית כגון פיזור קומפטון, איון (אניהילציה) של אלקטרון ופוזיטרון וכדומה.



תרשים 1: v^2 כפונקציה של האנרגיה הקינטית K בניסוי כרטוצי. העיגולים מציינים תוצאות ניסיוניות.



תרשים 2: תאר סכומטי של המערכת בניסוי מינגלסון-מורלי.

התוכנית שפיתח מרטין קגן להוראת תורת היחסות הפרטית בכיתות י"ב, (10,9,8) משתמשת אף היא בסרט של ברטוצי כבנקודת מוצא ומסיקה ממנו כי למהירות האור יש מעמד מיוחד של קבוע פליסיקלי.

האינווריאנטיות של מהירות האור מוסקת מניסוי אחר (המתואר בעזרת סרטון מצויר) העוסק בפוטונים, תוצרי התפרקותו של פיון נייטרלי (π^0) שמהירותו $0.2c$. הניסוי מוכיח כי לשני הפוטונים אותה מהירות כמערכת המעבדה, גם אם אחד מהם נפלט בכיוון מעופו של הפיון והשני בכיוון ההפוך.

נקודת מוצא שונה מציע סטראנד (Strand)⁽¹⁰⁾: התלמיד מנתח את הליאקציה הגרעינית:



ומגלה כי מסה הפכה בתהליך זה לאנרגיה, לפי "שער החליפין" $\Delta m = \Delta E/c^2$. התכנית נוסחה בכי"ס תיכון ביוגוסלביה בכיתות ט'-י"ב, בצורה הדרגתית.

הגישה האכסיומטית

בגישה זו מוצגות הנחות היסוד של התיאוריה מבלי להתעכב על הניסויים שהוכילו אליהן או על הוכחות ניסויות אחרות להן. ההצדקה להנחות הללו היא ההתאמה הכוללת בין מסקנות תורת היחסות הפרטית לתוצאות ניסוייות, והנסיבות ההיסטוריות מוזכרות לכל היותר בקיצור רב, מבלי להכנס לפרטיהן. רקבלד (Rekved) המתאר גישה זו⁽¹¹⁾ טוען, שניתן ללמד את תורת היחסות הפרטית בלי כל הקדמות, בדרך המקורית שאיינשטיין הציגה, ושכזמן המצומצם העומד לרשות המורה בקורס המבוא, מוטב להתרכז בעיקר, ולהשאיר את הדיון ברקע ההיסטורי לקורס מתקדם יותר. דוגמאות נוספות לגישה זו אפשר למצוא אצל Sears and Brehme⁽¹²⁾ ובמאמר של ג. אלק⁽¹³⁾ שחופיע בגליונות.

גישות נוספות

כנוסף לשלוש הגישות שחוארו לעיל הוצעו גישות נוספות, פופולריות פחות, להוראת הנושא. הקורא המעוניין יוכל למצוא פרטים עליהן, למשל, במאמרים של רקבלד⁽¹⁴⁾ ושל רוטר (Rosser)⁽¹⁵⁾.

הגישה "ההסטורית" מול הגישה "הניסויית"

בהמשך הדיון נתרכז בשתי הגישות הראשונות. נראה לנו כי מקובל על הכל שהגישה האכסיומטית - העשויה להתאים לתיאוריה, כגון המכניקה הניוטונית, שהנחות היסוד שלה מבוססות אינטואיטיבית - היא מופשטת מדי לצורך הוראת תורת היחסות הפרטית, כשמדובר בהצגה ראשונית של הנושא.

ההבדל המובהק בין הגישה "ההסטורית" ל"ניסויית" נעוץ בכך שהראשונה עושה שימוש בניסוי מיכלסון-מורלי וברקע ההסטורי שלו והשניה מוותרת עליו. ההבדל השני - הצגת הניסויים כצמוד לפיתוח הנוסחאות ואף כמוטיבציה להם, לעומת הצגתם כאישור לנוסחאות שפותחו, נראה לנו פחות חשוב. הואיל ולימוד תוך-כדי-חקירה ממש הוא מן הנמנע, בגלל קשיים טכניים, הסדר שבו נלמדים התיאוריה והניסויים אינו קריטי, וכלבד שהתלמיד יבין בסופו של דבר את הקשר בין הניסוי לתיאוריה ויוכל לנתח את הניסוי בעזרת התיאוריה.

חסרונות הגישה ההסטורית

החסרונות שמונים חסידי הגישה החדשנית בגישה המסורתית הם:

1. ההקדמה ההסטורית מכבידה על התלמיד ולכן מיותרת.

2. תאור ניסוי מיכלסון-מורלי ותוצאותיו דורש דיון במושג האתר שהוא ארכאי ואינו רלבנטי לתלמידיו.

3. הגישה המסורתית מסלפת את ההסטוריה בהציגה תמונה פשוטה מדי. יתר-על-כן, היא מתעלמת מכך שאינשטיין פיתח את תורתו בעיקר כדי לפתור את בעיות הטרנספורמציה של משוואות מכסול ולא כתגובה לניסוי מיכלסון-מורלי.

4. מוטב להשתייך את האישוש הניסויי לתיאוריה על ניסויים מודרניים מתחום הגרעין והחלקיקים משום שהם מרברים יותר אל לבו של התלמיד.

לחסרונות אלה אפשר להוסיף את העובדה שעל אף פשטותו של ניסוי מיכלסון, הבנת הניסוי לאשררו דורשת ידע מסויים באופטיקה. גם אם התלמיד למד על האופי הגלי של האור ועל תופעת ההתאבכות, הוא מתקשה בדרך כלל להבין מדוע נוצרת באינטרפרומטר תבנית של פסים או טבעות, בעוד שניתוח פשטני של המערכת (ראה תרשים 2) חוזה תבנית שכולה בהירה (אם הפרש הדרכים האופטיות $2bd - 2bc$ שווה למספר שלם של אורכי-גל). יתר-על-כן, מכיון שהניסוי ההסטורי נערך עם מקור אור ארצי, שנמצא במנוחה ביחס לאינטרפרומטר

ולצופה, אפשר למעשה להסיק מהניסוי רק זאת שמהירות האור קבועה במערכות הנמצאות במנוחה ביחס למקור האור. המסקנה הכללית יותר, לפיה מהירות האור קבועה גם כשהצופה נע ביחס למקור, אינה נובעת ישירות מניסוי זה!

חשיבותו של ניסוי מייכלסון-מורלי

הגישה הניסויית מתקנת את הליקויים שמנינו לעיל על-ידי ויתור על דיון בניסוי מייכלסון-מורלי. ואולם, נשאלת השאלה האם אין פתרון זה דרסטי מדי, והאם אין לגישה החדשה ליקויים משלה. נצביע על-כך שלמרות הקושי המוזכר לעיל כניתוח תוצאות ניסוי מייכלסון-מורלי (על הדרכים לתיקונו בעמוד אח"כ), הניסוי עצמו פשוט מאוד מכחינה טכנית וקל לתלמידים להבין את דרך ביצועו. שונה הדבר באשר לניסויים המודרניים המוצעים כחלופה, ניסוי ברטוצי דורש ידע בסיסי בחשמל והבנת דרך פעולתה של מערכת לא פשוטה. הניסויים מתחום החלקיקים האלמנטריים, כגון הפיון המתפרק לשני פוטונים, מצביים בעיות דידקטיות קשות עוד יותר, משום שהמדובר בתחום שהבנתו רחוקה מאוד מיכולת התלמיד בשלב זה של לימודיו.

יתרה מזאת, תוצאת ניסוי מייכלסון מובילה באופן טבעי להנחה הראשונה של תורת היחסות המצומצמת (למרות שכאמור, אי אפשר להסיק מניסוי זה בלבד) בעוד שהמסקנה הישירה מניסוי ברטוצי היא רק, שאי-אפשר להאיץ אלקטרונים למהירות העולה על מהירות האור. גם התפרקות π^0 לשני פוטונים, וניסויים דומים מתחום הפיסיקה המודרנית, אינם מהווים לדעתנו תחליף נאות, הואיל ואין הם עוסקים באור המוכר לתלמיד אלא בקרינה אלקטרומגנטית מתחום שונה לחלוטין של אורכי גל, הנוצרת כתנאים זרים ומוזרים. יש לדעתנו חשיבות לכך, שהאישוש של הנחת היסוד הכסיפית של תורת היחסות המצומצמת, יעשה באמצעות ניסוי בתחום האור הנראה דוקא, ויתבסס ככל האפשר על תופעות המוכרות לתלמיד מחיי היום-יום (כגון החזרה ממראות בניסוי מייכלסון-מורלי).

זאת ועוד. כמיוחד בנושא כמו תורת היחסות, המליצגת מהפיכה בפיסיקה, והכרוכה בעיכול רעיונות הנוגדים כביכול את "השכל הישר", יש להקדימה ההסטורית תפקיד חשוב, ב"פרוזדור" המוביל את התלמיד בהדרגה מתפיסיקה המוכרת לו אל הרעיונות והמושגים החדשים. הזיון בלבטיהם של הפיסיקאים של תחילת המאה אינו בזבז זמן! מפתיע להיווכח עד כמה תורם הדבר לחיזוק בטחונו של התלמיד, כשהוא מוצא שהלבטים וקשיי ההסתגלות העוברים עליו, היו גם מנת חלקם של הפיסיקאים המפורסמים של אותה תקופה.

הקדמה הסטורית תורמת למטרה רחבה יותר מאשר לימוד הנושא הספציפי, משום שהיא מלמדת את התלמיד משהו על דרך התפתחות המדע. הוא נוכח לדעת שתיאוריה חדשה לא צצה כאורח פלא, כתוצאה מהברקה גאונית או כשעשוע אינטלקטואלי, אלא כופה עצמה לרוב על אנשי המדע, כשתוצאות ניסיוניות אינן מתיישבות עם התיאוריות הקיימות. מכל הבחינות הללו רבה חשיבותו של הדיון בניסוי מייכלסון-מורלי, ואף במושג האתר שאנשי הגישה הניסויית כה משתבחים בהשמתו. מניסיוננו, תלמידים רבים מתקשים לקבל את התפשטות גלי האור בריק ונוטים להמציא בעצמם מודלים "דמויי אתר" כדי לגשר בין תופעה זו לגלים אחרים המוכרים להם מחיי היום יום, שכולם מתפשטים בתווך כלשהו. דיון בתהליך ההסטורי של הכנסת האתר לפיסיקה, וביטולו אחר-כך, ביחד עם הויתור על מערכת יחוס אבסולוטית, עשוי להיות קצר ופשוט, ועם זאת מועיל מאוד.

נדגיש כי אין אנו ממליצים על הקדמה הסטורית כשיגרה בלימוד נושא חדש בפיסיקה. אין דיון הפלוגיסטון כדין האתר. אך כשעוסקים בתיאוריה שהוותה מהפיכה בפיסיקה, ושהבנתה דורשת שינוי קיצוני בדרכי המחשבה הפיסיקלית, הקדמה היסטורית היא במקומה.

בנקודה זו מן הראוי להזכיר תיאוריה מהפכנית אחרת, מכניקת הקואנטים, שבה איש אינו מציע לוותר על הקדמה היסטורית מפורטת (בקורס עצמו או בקורס מקדים על "פיסיקה מודרנית") כולל דיון במודלים, כמודל בוהר, שחשיבותם היום היא היסטורית בלבד.

דרוש מחקר השוואתי

לאור כל זאת, דעתנו היא שהגישה המסורתית - גם אם מלמדים אותה בדרך המקובלת מבלי לנסות לתקן את חסרונותיה - עשויה להיות עדיפה על גישה אחרת המוותרת על הצגת ההתפתחות ההסטורית ובמיוחד על דיון בניסוי מייכלסון-מורלי. זאת כאשר המטרה היא, כאמור, הצגה ראשונית של הנושא. כדי להכריע בין שתי הגישות, דרוש מחקר השוואתי שיבדוק את יעילות כל אחת מהגישות מבחינת המטרות הבאות:

1. שליטה בעקרונות הבסיסיים של תורת היחסות ויכולת שימוש בנוסחאותיה.
2. הבנת התפקיד שהופעת תורת היחסות מילאה כפיסיקה ובחשיבה המדעית.
3. הכנת דרך ההתפתחות המדע בהקשר רחב יותר.

לא ידוע לנו על מחקר מקיף מעין זה, אם כי פורסמו מחקרים צרים יותר, המלמדים שגם הגישה "ההסטורית" וגם "הניסויית" מתאימות להוראת הנושא בכיתה"ה התיכון. נזכיר את עבודתם של Messel and Carrey⁽¹⁶⁾ שבדקו את הגישה ההסטורית בניו-סאות וילס (אוטרליה), כמסגרת הוראת יחסות פרטית לגילאי 16-18. הם מצאו שהתלמידים גילו עניין בנושא וקלטו את העקרונות

הבסיסיים של התיאוריה. מסקנות דומות נתקבלו בארץ מהוראת יחסות פרטית באוניברסיטה הפתוחה. מצד שני, שיטת כגן נוסתה עד היום במספר ניכר של כיתות י"ב, וגם כאן דווח על תוצאות טובות.

לאור המסקנות אליהן הגענו ממחקר ראשוני של הנושא, אנו בדעה שיש מקום למחקר מקיף יותר שישווה בין הישגי התלמידים בשתי השיטות. בדעתנו לערוך מחקר כזה תוך שיתוף פעולה בין ביה"ס לחינוך באוניברסיטת ת"א, והאוניברסיטה הפתוחה. מורים הרוצים להשתתף במחקר - מוזמנים.

במאמר נוסף נציג גישה הסטורית "משופרת" להוראת תורת היחסות הפרטית, המתקנת חלק מהליקויים עליהם הצבענו, והעשויה לכן לפתור את הפרובלמטיקה שבהצגת ניסוי מייכלסון מורלי, מבלי לוותר עליו כליל.

ס פ ר ו ת

1. Mechanics, Berkeley Physics Course, Vol. 1, 2nd ed., McGraw Hill (1973).
2. PSSC, Advanced Topics Supplements, Heath (1966).
3. א. כשר, תורת היחסות כרוגמה לדרכה של הפיסיקה, "מתודיקה" כרך ז' (פיסיקה). אוניברסיטת תל-אביב - בית הספר לחינוך, תשל"ד. (עמ' 77-112).
4. מ. לינדמן, תורת היחסות בבית הספר התיכון. (שס, עמ' 113-126).
5. ל.ו. לנואו וג.ב. רומר, "מהי תורת היחסות?" יצא בעברית בספריית הפועלים (1963).
6. A.P. French, "Special Relativity", Nelson, N.Y. (1968).
7. U. Haber-Schaim, The Teaching of Relativity in the Senior High School. The Physics Teacher, 9, 75-78 (1971).
8. מרטין קגן, תכנית חדשה להוראת תורת היחסות הפרטית, גליונות, כרך 5, מס' 2, תשל"ו.
9. M.H. Kagan and E. Mendoza, Down with the History of Relativity, The Physics Teacher, 16, 225-227 (1978).
10. מרטין קגן, תורת היחסות הפרטית - מכוא לתורת אינשטיין ברמה תיכונית, עם דגש על הנסיס הניסויי, בהוצאת המרכז הישראלי להוראת המדעים, האוניברסיטה העברית ירושלים.
11. J. Strand, A Stepwise Approach to Special Relativity, The Physics Teacher, 17, 522-524 (1979).
12. J. Rekveld, Relativity, Ch. 10 in "Teaching Physics Today" O.E.C.D., Paris (1965).
13. F.W. Sears and R.W. Brehme, Introduction to the Theory of Relativity, Addison - Wesley (1968).
14. ג. אלק, אלטרנטיבה להוראת תורת היחסות הפרטית, גליונות, כרך 2, מס' 2, תשל"ג.
15. J. Rekveld, New Aspects of the Teaching of Special Relativity, in "New Trends in Physics Teaching". Unesco, Paris 1972 (p. 15-34).
16. W.G.V. Rosser, Recent Changes in the Teaching of Special Relativity, Physics Education, 14, 213-216 (1979).
17. H.K. Carrey and H. Messel, The Teaching of Special Relativity in New South Wales High Schools, in "New Trends in Physics Teaching", Unesco, Paris 1972 (p. 35-44).