

## מה היא המשמעות של המהירות בכוח המגנטי?

יגאל גלילי ודב קפלן, המרכז להוראת המדעים באוניברסיטה העברית בירושלים

### הבעיה

כידוע, הכוח הפועל על חלקיק טעון בשדה מגנטי ניתן לתאור מתמטי על-ידי הנוסחה:

$$F = qvB\sin\theta \quad (1)$$

המופיעה בספרי לימוד שונים, כאשר  $\theta$  היא הזווית בין כיוון המהירות וכיוון השדה המגנטי. כתיבתה הוקטורית היא:  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ . נוסחה זו משמשת גם להגדרת עוצמת השדה המגנטי  $B$  וכתיבתה הוקטורית להגדרת כיוון פעולתו על החלקיק הנע. נדמיין לעצמנו תלמיד רציני שגם אינו ביישן וגם שואל שאלות. תלמיד זה צריך (לאחר שחשב זמן מה!) להגיב על נוסחה (1) בשאלה:

"הייתכן הדבר? הרי למדנו במכניקה שהחוקים הפיזיקליים חייבים להתקיים ללא תלות בצופה (האינרציאלי), והנה לכאורה הכוח יהיה שונה עבור צופים שונים... כבר גלילאו לימד אותנו שהמציאות באונייה השטה במהירות קבועה אינה שונה מזו הנצפית על ידי צופה הנמצא במנוחה על החוף. הביטוי שכתבת הוא הפרה ברורה של עיקרון זה: האם הנוסעים באונייה ואנחנו על החוף נראה את הכוח בגודל שונה?"

לא נשער מה יענה המורה. רק נסכים שמצבו יהיה קשה ונוסיף שזאת לא אשמתו. גם בספר הלימוד בו הוא משתמש, קרוב לוודאי, לא ימצא תשובה לשאלה הבאה, החייבת להופיע לאחר כתיבת (1): איזו מהירות היא  $v$ , יחסית למה? (לדוגמה, "פרקי חשמל ומגנטיות"<sup>1</sup>). לכאורה, כוחות אינם תלויים במערכת הייחוס האינרציאלית, בה אנו מודדים אותם. האם הכוח המגנטי שונה ושובר לנו את התמונה היפה שבנינו, ועקרון היחסות של גלילאו שגוי?

בדקנו מספר רב של ספרי לימוד לפיזיקה המשמשים להוראה בקורסי מבוא בבית הספר התיכון, במכללה ובאוניברסיטה. בכל המקרים בהם מצאנו שימוש נרחב בכוח המגנטי (1) הדבר נעשה בעיקר בפתרון בעיות משלושה סוגים על תנועת מטענים. באותו זמן, התעלמו המחברים באופן מוחלט מהשאלה ששאלנו לגבי ציון מערכת הייחוס עבור המהירות.

### התלמידים

האם כדאי במצב זה לשאול את התלמיד, מה הוא חושב? ואם כן - מה הוא יכול לענות? מורים ששאלו נענו לפעמים - "חוקי המכניקה אינם תופסים בחשמל; זה פרק אחר" (גלילי, 1995)<sup>2</sup>. אפשר גם להעלות על הדעת שהרצון להגיע לאמת יביא את התלמיד "חזרה" לתפיסה של אריסטו: "תנועה מותנית בכוח". האם זאת השאיפה שלנו? לאחרונה שאלנו גם קבוצת מורים משתלמים את אותה השאלה. איש לא ידע את התשובה הנכונה והתשובה הנפוצה ביותר היתה: " $v$  היא מהירות המטען יחסית לשדה".

### היחסות הבעייתית

שאלת הכוח המגנטי יכולה להיות מעשית ביותר. במנוע חשמלי הנמצא במכונית נוסעת, איזו מהירות של האלקטרונים יש להציב בנוסחה (1) - יחסית לקרקע, יחסית למכונית או למה? או, בהקשר למטען הנע בתוך התיל בו זורם זרם, באיזו מהירות "נטפל": יחסית לתיל, יחסית למעבדה או "יחסית לשדה המגנטי"? בהמשך לימודי האלקטרומגנטיות לא נוכל להתעלם משאלה אחרת: האם מגנט הנע ומתקרב למעגל מוליך שקול כנגד מעגל המתקרב למגנט? שאלות אלו, שהן שאלות תפיסיות, חשובות ולגמרי לא קלות. האם המורה צריך להעלות שאלות אלו בכיתה? האם צריך המורה להסביר את משמעות המהירות המופיעה בכוח המגנטי?

העובדה שספרי הלימוד שסקרנו מתעלמים, ככלל, מהגדרת המהירות  $v$  המופיעה בכוח המגנטי היא מעין תשובה לשאלה ששאלנו: זאת העמדה, המדיניות וההשקפה של המחברים. אולם, איננו יכולים לעבור לסדר היום לגבי אלה שכותבים כי המהירות  $v$  היא המהירות היחסית שבין המטען למגנט:

$$F = q(v_q - v_m) B \sin\theta \quad (2)$$

כאשר  $v_q$  היא מהירות המטען,  $v_m$  היא מהירות המגנט. במיוחד מצערים ביטויים מהסוג "המטען נע יחסית לשדה המגנטי" (Halliday et al.)<sup>3</sup>. בהרצאות של פיינמן ניתן למצוא

## שינוי שדה חשמלי

נתבונן במגנט הנמצא במנוחה במערכת הייחוס S של המעבדה והיוצר שדה מגנטי אחיד  $\vec{B}$  בכיוון ציר z. מטען q נע במהירות קבועה v בכיוון ציר ה-x. באיזור אין שדה חשמלי, (ממקורות אחרים) כלומר, השדות הם:

$$\vec{E}(0,0,0); \quad \vec{B}(0,0,B)$$

צופה ב-S מסיק שקיים כוח מגנטי הפועל על המטען בכיוון  $-\hat{y}$ :  $\vec{F}(0, -qvB, 0)$

נעבור עתה למערכת ייחוס S', בה המטען q במנוחה (הצופה ב-S' נע עם המטען). במערכת S' המטען אינו מושפע על ידי השדה המגנטי. "אין ב-S' שום מושג על קיום שדה מגנטי".

כיצד ניתן להסביר את מקור הכוח הפועל על המטען? יש רק הסבר אחד - קיים שדה חשמלי. **צופה ב-S' מסיק שקיים**

**שדה חשמלי בגודל ובכיוון המתאימים:**  $\vec{E}(0, -vB, 0)$ .

כך אנו מגיעים למסקנה שמעבר ממערכת ייחוס אחת לשנייה (מצופה אחד לשני) מתבטא בתוספת שדה חשמלי  $\Delta \vec{E}$  (בנוסף לשדה חשמלי אפשרי הקיים מסיבות אחרות) בגודל:

$$(3) \quad \Delta \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$$

לא קשה יהיה אז להסכים שבאופן כללי הנוסחה המתארת קשר בין השדות החשמליים כפי שייראו על-ידי צופים שונים הנעים במהירות v יחסית האחד לשני, תהיה:

$$\vec{E}' = \vec{E} + \Delta \vec{E}$$

$$(4) \quad \vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

## שינוי שדה מגנטי

ומה לגבי השדה המגנטי? גם כאן ניעזר במקרה פשוט ביותר כדי לקבל רמז על מה שיתרחש במעבר מצופה לצופה. נתאר מטען חשמלי q שנח ביחס לצופה ב-S. המטען גורם לשדה חשמלי E בעל אופי רדיאלי, שגודלו:

$$(5) \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2}$$

באותו זמן, צופה ב-S' (שבעצמו נע במהירות v יחסית ל-S) ראה את המטען נע במהירות -v. המטען הנע, כידוע, מהווה זרם חשמלי בעל צפיפות qv ולכן הוא יוצר שדה מגנטי  $\Delta B'$  המתואר על-ידי חוק Biot-Savart:

$$(6) \quad \Delta B' = \frac{\mu}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin \alpha$$

כאשר  $\alpha$  היא הזווית בין כיוון הזרם ו-r.

מה חשב הפיזיקאי הגדול על ביטויים כגון "שדה מגנטי נע עם המגנטי" או "השדה המגנטי נמצא במנוחה" (Feynman)<sup>4</sup>. אולי ניתן לסבול "יחסות שגויה" זו בהוראת טכנולוגיה (הנדסת החשמל), אבל אין לה מקום בקורס שמטרתו הקנייה של **הבנת מושגים** באלקטרומגנטיות. לביטויים כגון: "תנועה של חלקיק יחסית לשדה" או "השדה הנע" אין מקום אצל מי שתפקידו להקפיד על נכונותם המדעית של הסברים ולמנוע תפיסות מוטעות. כידוע ממחקרים, המגמה הנפוצה אצל תלמידים היא לייחס למושגים פיזיקליים מופשטים משמעות חומרית, כמו זאת של חפצים גשמיים. גם בהקשר לשדות החשמלי והמגנטי, אנו מוצאים טעות תפיסתית גסה מסוג זה.

תחום הידע המספק תשובה מדעית לשאלת מהירות המטען בנוסחת הכוח המגנטי, הוא תורת היחסות הפרטית של אינשטיין (1905)<sup>5</sup>. הנקודה החשובה בשבילינו המתגלה כאן, אם נשים לב לכך, היא: **תהיה המהירות ב-(1) קטנה ככל שתהיה ("המקרה של המהירויות הקטנות"), הנוסחה לעולם לא תהפוך ל"טובה" מבחינת הפיזיקה הקלאסית.** כל ביטוי על "השדה הנע" לעולם אינו תקף. לדעתנו, כך אין ללמד.

## מה אפשר לספר ומה אפשר לעשות?

לדעתנו חשוב לגלות לתלמיד את העובדה שהשדות החשמלי והמגנטי אינם קיימים כישויות נפרדות, אלא מהווים פנים שונות של ישות אחת - השדה ה"אלקטרומגנטי". זוהי התורה הרלטיביסטית ה"אסורה לשימוש" בפיזיקה בבית הספר. יחד עם זאת, האפקטים הרלטיביסטיים אינם זניחים באלקטרומגנטיות ו"הפרדה" בין המדע "הקלאסי" ו"הרלטיביסטי" הופכת לבלתי קבילה כאשר המטרה היא להשיג הבנה. **המצב באלקטרומגנטיות שונה מהותית מזה שבמכניקה, תחום בו יש אולי הצדקה להפרדה זו,** ספרי חשמל מתקדמים (לדוגמה Purcell<sup>6</sup>, Tamm<sup>7</sup>) נוהגים להציג את התורה האלקטרומגנטית בטיפול רלטיביסטי מלא, שהוא קשה לרוב תלמידי קורס מבוא. אנו סבורים שניתן להסביר את הנושא **איכותית**, בעזרת כלים פשוטים בהרבה ובדרכים מתאימות להוראה בתיכון, ללא פורמליזם כבד ומבלי שנתפרס על מלוא הנושאים של תורת היחסות. נדגים את הגישה שלנו ביחס לשדות.

קל לראות שניתן לבטא את השדה המגנטי (6) בעזרת הביטוי (5) עבור שדה חשמלי  $E$  שרשמנו לפני כן:

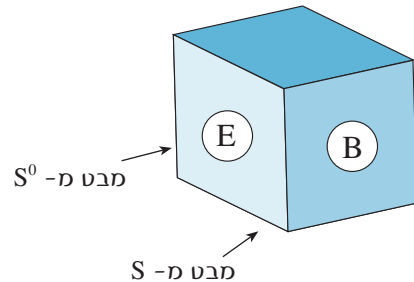
$$(7) \Delta B' = \epsilon \mu E v \sin \alpha = \frac{1}{c^2} E v \sin \alpha$$

קל גם להסכים שזהו הביטוי עבור "תוספת שדה מגנטי" המופיע במעבר בין הצופים הנמצאים בתנועה יחסית זה לזה: באופן כללי, כאשר נתחשב בכיוונים (נשתמש לשם כך בכתיב וקטורי) נקבל ביטוי המתאר קשר בין השדות המגנטיים כפי שיראו לצופים שונים הנעים יחסית זה לגבי זה במהירות  $v$ :

$$(8) \vec{B}' = \vec{B} - \vec{v} \times \frac{\vec{E}}{c^2}$$

### שדה אלקטרומגנטי וכח אלקטרומגנטי

הגענו לתוצאה חשובה ביותר בהבנה של מהות השדות החשמלי והמגנטי. בעקבות אינשטיין התברר שלשדות אלו אין קיום עצמאי. חשוב להדגיש שלא מדובר כאן על הקשר שבין ישויות אלא בקיום ישות אחת, המופיעה בפנים שונות לצופים שונים. ישות זו היא השדה "האלקטרומגנטי".



תרשים 1: הדגמה, בעזרת קוביה, של אחדות השדה החשמלי והמגנטי. שתי פנים של הקוביה מייצגות שדה חשמלי  $E$  ושדה מגנטי  $B$  בהתאמה.

מטען חשמלי, הנח ביחס למערכת  $S^0$  כאילו פונה רק אל דופן אחד של הקוביה ו"רואה" רק את השדה החשמלי  $E$ . כאשר המטען החשמלי נמצא בתנועה, במערכת "יחוס  $S$ ", הוא כאילו "רואה" קוביה מסובבת באופן שהוא פונה אל פינת הקוביה ו"רואה" את הצרוף של שני השדות  $E$  ו- $B$ .

האמת, שהטיפול הפשטני שהצגנו אינו כללי דיו בכדי להציג תוצאה של תורת היחסות הפרטית של אינשטיין (1905), אבל הוא מספיק טוב כדי להראות את המיזוג של שני המושגים הפיזיקאליים המוכרים בפיזיקה של המאה ה-19. התוצאות (4) ו-(8) שקיבלנו, ידועות בשם "קירוב יחסותי חלש" -

$$(9) \vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}' = \vec{B} - \vec{v} \times \frac{\vec{E}}{c^2}$$

התוצאה המדויקת עבור הקשר בין השדות שונה רק בגורם הרלטיביסטי  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-0.5}$ , כפי שאפשר לראות בספרות שהזכרנו (Purcell 1985)<sup>6</sup>. בקירוב ניתן גם להזניח את התוספת (הקטנה) בביטוי המדויק עבור השדה המגנטי ב-(9). למעשה, זאת הטענה שהשדה המגנטי אינו משתנה. בקירוב זה נקבל:

$$(10) \vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{B}' = \vec{B}$$

בהתאם לתוצאה (10) צריכה להשתנות גם תפיסתנו את הכח הפועל על המטען. לא עוד ניתוק בין הכח החשמלי והמגנטי, אלא הבנת ההתחייבות לאחד את המושגים ולקבל כח יחיד. כח זה נקרא על שמו של המדען ההולנדי Lorentz, שבתקופתו של אינשטיין תרם גם הוא רבות להתפתחות התיאוריה של האלקטרומגנטיות. עבור כוח זה אנו רושמים:

$$(11) \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

כתוצאה מקיום כח אחד המופיע בפנים שונות, אנו יכולים לטעון טענה מעניינת למדי: הכוח, אשר נראה כמגנטי לצופה ב- $S$ , יכול להיראות חשמלי לצופה ב- $S'$ , בלי שום שינוי פיזיקלי פרט לשינוי מצבו של הצופה. כך גם המגנט שעד אינשטיין "ידע" ליצור שדה מגנטי בלבד, אחרי אינשטיין "למד" ליצור גם שדה חשמלי, או ליתר דיוק, הוא יוצר שדה "אלקטרומגנטי".

רק עכשיו, לאחר המיזוג הרלטיביסטי של השדות אנו מוצאים את עצמנו בעמדת הבנה של המשמעות האמיתית של המהירות עבור הכוח המגנטי בנוסחה (1) בה התחלנו: המהירות  $v$  היא מהירות המטען יחסית לצופה - ולא שום דבר אחר.

### אינווריאנטיות הכח האלקטרומגנטי ב-WRA

בקירוב WRA יש לכוח תכונה, שהיא תמיד משוערת במכניקה הקלאסית למרות שלא נהוג לדבר עליה בספרי הלימוד המוכרים בבית הספר. כוח הוא מושג "אינווריאנטי" ביחס

בשיעורי הפיזיקה וההפרדה המלאכותית בין מכניקה וחשמל ומגנטיות (Galili and Kaplan).

הגישה החדשה מתבססת על איחוד השדות "החשמלי" ו"המגנטי" למושג החדש (הרלטיביסטי) - "שדה אלקטרומגנטי", שמתבטא כמורכב משדות חשמליים ומגנטיים ביחס שונה עבור הצופים השונים הנעים האחד ביחס לשני.

המיזוג בין השדות מלווה באיחוד הכוחות הפועלים על המטען החשמלי לכח אלקטרומגנטי אחד - כח Lorentz. כח זה נשמר בגודלו וכיוונו עבור הצופים השונים הנמצאים בתנועה יחסית זה לזה. עובדה זו נמצאת בהרמוניה עם עקרון היחסות של גלילאו ו"מכשירה" את הכח לתחום התקפות של חוקי ניוטון וחוקי השימור הנלמדים במכניקה הקלאסית.

הגישה שלנו להוראת שדות בקורס אלקטרומגנטיות מעוררת שוב שאלה על הצדקת ההפרדה בין עקרונות הפיזיקה המודרנית ותכנים הנלמדים בבית הספר התיכון. בעבר התייחסנו לשאלה זו בהקשר להוראת עקרון השקילות (גלילי, רוזן וזק)<sup>10</sup> במכניקה. היום טיפלנו בשדות החשמלי והמגנטי. לא מיצינו את רשימת הנושאים הפוטנציאליים המתאימים לגישה המבטלת את המחיצה בין הפיזיקה הקלאסית והמודרנית.

## מראי מקום

1. גלר, צ., פרקי חשמל ומגנטיות חלק ב' ע' 15, 1998 המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע.
2. Galili I. 1995, "Mechanics Background for Students' Misconceptions in Electro-Magnetism." *International Journal of Science Education*, 17(3), 371-387
3. Halliday D., Resnick R., and Walker J. 1993, *Fundamentals of Physics*, p. 825.
4. Feynman, R. 1964, *Lectures on Physics*, Addison-Wesley, Reading MA, Vol. 2, pp. 17-1-3.
5. Einstein, A. 1905, "On the Electrodynamics of Moving Bodies." In A. Einstein, H. A. Lorentz, H. Minkovsky and H. Weil, *The Principle of Relativity*, Dover, New York, pp. 37-65, 1923.
- 6\*. Purcell, E. M. 1985, *Electricity and Magnetism*, McGraw Hill, New York, p. 238.
7. Tamm I., 1966, *Fundamentals of the Theory of Electricity*, Nauka, Moscow

\* ספר זה יצא בתרגום עברי בהוצאת האוניברסיטה הפתוחה: פרסל א. מ.; חשמל ומגנטיות, כרכים א וב.

**לצופה.** כלומר, כוחות בפיזיקה הקלאסית אינם תלויים בצופה המודד אותם. בתכונה זו אנו משתמשים במכניקה כאשר מסתמכים על עקרון היחסות של גלילאו, חוקי ניוטון וחוקי שימור (Galili and Kaplan, 1997a).<sup>7</sup> חשוב אם כך לבדוק האם כח Lorentz הוא כח "כשר" לשימוש במכניקה הקלאסית במסגרת קירוב-WRA.

לשם כך שוב נתחיל במערכת הייחוס S, בה מגנט יוצר שדה אחיד  $\vec{B}$  המכוון בכיוון ציר ה-z. מטען q נע במהירות  $\vec{v}$  קבועה לכיוון החיובי של ציר ה-x ובאיזור אין שדה חשמלי.

השדה האלקטרומגנטי הוא:  $\vec{E}(0,0,0)$ ;  $\vec{B}(0,0,B)$ . צופה S-קובע שעל המטען הנע פועל כוח מגנטי בכיוון -y:

$$\vec{F}(0, -qvB, 0)$$

נעבור עתה למערכת S', הנעה במהירות  $\vec{u}$  המקבילה ל- $\vec{v}$  יחסית ל-S. במערכת S', המטען נע במהירות  $\vec{v} - \vec{u}$  והכוח האלקטרומגנטי הפועל עליו הוא:

$$\vec{F}' = q\vec{E}' + q(\vec{v} - \vec{u}) \times \vec{B}'$$

אם נשתמש בנוסחאות (10), (11) שפיתחנו אשר קושרות בין שדות אלקטרומגנטיים במערכות ייחוס שונות, נקבל:

$$\vec{F}' = \vec{F}'(0, F'_y, 0)$$

הרכיב היחיד של  $\vec{F}'$  השונה מ-0 הוא  $F'_y$ .  
 $F'_y = -quB + q(v - u)(-B) = -qvB = F_y$

$$\vec{F} \equiv \vec{F}(0, F_y, 0)$$

כלומר, הכח האלקטרומגנטי נשאר ללא שינוי, הוא אינווריאנטי כלפי הצופים השונים, למרות שבמערכת S' הוא כולל גם כח חשמלי וגם מגנטי. תוצאה זו מאפשרת לנו להמשיך ולהשתמש בכוח Lorentz ולהתייחס לאלקטרומגנטיות (בקירוב!) עיין בהערה שבסוף המאמר) במסגרת הפיזיקה ה"כמעט" קלאסית. ה"כמעט" הזה הוא האיחוד של השדות.

## מסקנות אפשריות

לדעתנו, ניתן לשנות וללמד פרקי אלקטרומגנטיות בחטיבה העליונה קצת אחרת כדי להגיע להבנה קוהרנטית של אלקטרומגנטיות ומכניקה, ולהמנע מ"פרדוקסים" העשויים לעורר ספקות אצל התלמיד על נכונות הידע שהוצג לו

אם צופה ב-S רושם אצלו שדות  $\vec{E} (0, 0, 0)$ ;  $\vec{B} (0, 0, B)$  ובהתאם הכח יהיה  $\vec{F} = (0, -qvB, 0)$ , בו-זמנית עבור צופה

ב-S' השדות יהיו:  $\vec{E}' (0, -\gamma vB, 0)$ ;  $\vec{B}' (0, 0, \gamma B)$   
כאשר:  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-0.5}$

ובהתאם, הכוח על המטען הנמדד במערכת S' יהיה:

$$\vec{F}' = (0, -\gamma qvB, 0) = (0, qE', 0)$$

כלומר, התוצאה הרלטיביסטית עבור הקשר בין הכחות כפי

שימדדו על-ידי שני הצופים הוא:  $(F_y = \vec{F}'_y / \gamma)$ .

8. Galili I. and Kaplan D. 1997a, "Extending the use of the relativity principle: some pedagogical advantages." American Journal of Physics, **65**(1), 328-335.

9. Galili I. and Kaplan D. 1997b, "Changing approach in teaching electromagnetism in a conceptually oriented introductory physics course." American Journal of Physics, **65**(7), 657-668.

10. י. גלילי, ע. רוזן, וי. זיק שילוב עקרון השקילות בהוראת המכניקה הקלאסית. "תהודה" **20**(1) 1999 עמ' 13 - 25

## הערה

כדי להקל על ההשוואה של התוצאות במסגרת קירוב WRA עם טיפול רלטיביסטי מלא, נציין כאן כמה מהן: