

# תנועת חלקיק טעון בהשפעת כוח לורנץ –

## ב. ישומים ושימושים

פאב קרקובר, המרכז ללימודים קדם אקדמיים, האוניברסיטה העברית, ירושלים  
והחלוקה להוראת המדעים, מכון וייזמן למדע

תקציר

הפעלת שדות מגנטיים על חלקיקים מעצבת את מסלולם. במהלך המאה ה-20 נעשה שימוש נרחב בהתקנים המבוססים על כך. במאמר זה נסקרים ישומים ושימושים בשדות אחידים, בעיקר כאלה שאפשר להציגם על ידי פתרון ממוחשב והדמיה.

מילות מפתח:

שדה חשמלי ומגנטי, החוק השני של ניוטון, פתרון נומרי, הוראה לא פרונטלית, אפקט Hall, תא ערפל, תא בועות, כוח לורנץ, ציקלוטרון, קרני קתודה, אלקטרון, פוזיטרון, ספקטרומטר המסות

### קרני קתודה וגילוי האלקטרון על ידי תומסון

פענוח מהותן של קרני קתודה העסיק פיסיקאים במחצית השנייה של המאה ה-19, והגיע לפתרונם בניסוייו של תומסון (Thomson), תוך שימוש בשדות חשמליים ומגנטיים. רגישות האלומה לשדות העידה על היותה טעונה. מתוך מציאת צרף השדות שעברו לא היתה הסחה חישוב תומסון את מהירות

מאמר זה הוא המשך למאמר "תנועת חלקיק טעון בהשפעת כוח לורנץ - פתרון ממוחשב" בגליון זה, שבו ניתן פתרון מלא, אנליטי ונומרי, של התנועה בשדות אחידים. במאמר זה נציג מספר יישומים ושימושים, ונצביע על האפשרויות החדשות שמעניק לנו המחשב. התרשימים במאמר זה הופקו באמצעות "תכנת חקר".

החלקיקים הטעונים ( $\vec{v} = E/B$ ). לאחר מכן אפשר להסיר את אחד השדות ומתוך הסטייה לקצוב את  $q/m$ . לאחר ניסויים עם קתודות עשויות מעשרות חומרים שונים הגיע תומסון למסקנה כי יש מרכיב משותף לכל החומרים האלה, וכי  $q/m$  שלו גדול במיוחד ומטענו שלילי. מכאן שיש מרכיב שלילי קל משותף לכל החומרים. את סדרת ניסוייו של תומסון מכנים "גילוי האלקטרון".

**מידת מטען האלקטרון וניסוי טיפות השמן של מיליקן**  
 ניסויים בשדות חשמליים ומגנטיים מאפשרים לחשוף את  $q/m$  אך לא את המטען ואת המסה לעצמם. יש צורך בכוח נוסף שמסוגל להביא להבחנה בין מטענים שונים. לכך מועיל כוח הצמיגות, והוא חיוני למטרה זו (כוח הכובד אינו מועיל כאן). רעיון המדידה הוא להביא את המטען האלמנטרי הזעיר לתפוש טרמפ על גוף מספיק גדול, כזה שמעוכב על ידי צמיגות האוויר ושאפשר לעקוב אחריו בעיין. ניסויים ראשונים נעשו בטיפות מים, מפני שהן נוטות להיטען, אך בסופו של דבר נעשה הניסוי בטיפות שמן שאינן מתאדות במהלך הניסוי. זהו ניסוי מיליקן (Millikan) הידוע. אפשר לחזור עליו בהדמייה, תוך שמירה על טכניקות המדידה ועיבוד הנתונים.

### אלקטרופורזה (Electrophoresis)

זוהי טכניקה למדידת המסה של מולקולות ענק (של חלבונים לדוגמה). המשקל המולקולרי שלהן עשוי להגיע לעשרות אלפים. בעת תנועת המולקולות בתווך, בהשפעת שדה חשמלי, הן מגיעות למהירות גבולית שתלויה בממדים שלהן. יש מספר טכניקות שלא נפרטן. לדוגמה נזכיר את האלקטרופורזה בג'ל (gel). הג'ל יוצר מבוך שדרכו מנסות המולקולות לנוע. ניידות המולקולות דרך המבוך תלויה מאוד בממדיהן. באופן כזה אפשר להפריד בין מולקולות בעלות גדלים שונים. טכניקה זו משמשת כיום לקביעת "טביעת אצבע" גנטית, למטרות של זיהוי מחלות תורשתיות, קביעת הורות, וזיהוי פגמים גנטיים לצרכים משפטיים.

### מידת תנע

בשדה מגנטי אחיד מתקבל מסלול מעגלי, והדבר מקל מאוד על המדידות. רדיוס המעגל הוא:  $r = \frac{mv}{qB}$  עבור חלקיק ידוע אפשר ללמוד מן הרדיוס על המהירות. כאשר החלקיק אינו ידוע אך המהירות מוכרת (מפני שהחלקיק עבר דרך "בורר מהירויות") אפשר ללמוד מן הרדיוס על  $q/m$ . במקרה ששום דבר אינו ידוע (פרט לשדה שאותו אנו קובעים), אפשר למצוא מן הרדיוס את  $mv/q$ . כיוון שהמטען ידוע (עד כדי

הכפלה במספר שלם) אנו מודדים למעשה את  $mv$ . כלומר: אפשר להשתמש בשדה מגנטי למדידת תנע של חלקיקים טעונים. על בסיס הרעיון הזה נבנו התקנים שונים. שיטת מדידה כזאת הופעלה על ידי פון באייר, האן ומייטנר (1911), לצורך מדידות של קרינת  $\beta$ . רובינסון ורתרפורד בנו (1913) התקן כזה שבתוכו החלקיקים נעו לאורך קשת של חצי מעגל, והותירו את רישומם בנקודת הפגיעה. קוטר המעגל נמצא ביחס ישר לתנע של החלקיקים (תרשים 1). לספקטרומטרים של  $180^\circ$  (חצי מעגל) יש יתרון גדול במיקוד כפי שנראה בהמשך, והם אפשרו לרתרפורד ולרובינסון להשיג תוצאות מעולות.

### מיקוד

בספקטרומטר של  $180^\circ$  החלקיקים נכנסים דרך סדק צר. במציאות רוחב הסדק הוא סופי, ולכן המיקוד אינו מלא. נתבונן לדוגמה במקרה שבו כל החלקיקים נכנסים עם גודל תנע זהה, אך בכיוונים שונים. ככל שהסדק רחב יותר הפתיחה הזוויתית של האלומה תהיה גדולה יותר. כדי לקבל כושר הפרדה טוב יש צורך באלומה חדה מאוד. את זה אנו משיגים על ידי העברת החלקיקים דרך סדק צר מאוד. יש לכך מחיר – האלומה מכילה חלקיקים מעטים מדי. אנו מעוניינים לבחור בתנאים שבהם הגדלת הסדק אינה מקלקלת הרבה, מפני שתהליך המיקוד מתקן את הפיזור. נניח כי הסדק רחב במידה כזאת שעוברים דרכו לא רק חלקיקים שנעים בניצב לו, אלא בתחום זוויות של  $20^\circ$  (תרשים 2). אנו רואים כי האלומה מתרחבת מאוד, אך כאשר החלקיקים משלימים חצי מעגל, האלומה מתמקדת בצורה מרשימה. זו סיבה טובה למקם את המטרה באתר זה. בתרשים 2 במוצגת אלומה שרוחבה  $40^\circ$ . הפעם התרחבות האלומה גדולה יותר, אך שוב יש מיקוד (לא מוחלט) כעבור חצי מחזור. בתרשים 3 מוצגת אלומה, שבה יש שני סוגי חלקיקים שנבדלים זה מזה בתנע (פער של 10%), וזווית הפתיחה של האלומה היא  $20^\circ$ . אנו רואים כי האלומה מתרחבת למדי, אך לקראת המטרה היא מתפצלת לשתי אלומות, וכל אחת מהן מתמקדת באתר צר למדי.

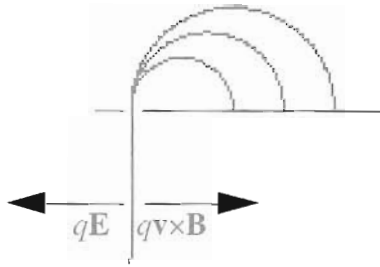


תרשים 1: סדרת מסלולים של חלקיקים טעונים בעלי תנע שונה באיזור שבו שורר שדה מגנטי אחיד.

במקרים רבים אנו מקבלים אברציה – מצב שבו הקרניים כמעט נפגשות בנקודה מסוימת. המיקוד אינו נעשה בנקודה אחת ממש, אלא באזור מצומצם. כך גם במיקוד חלקיקים טעונים באמצעות שדות, כפי שראינו בדוגמה האחרונה.

### ספקטרוטר המסות

התקן זה מוכר מספרי הלימוד (תרשים 3). הוא מורכב מבורר מהירויות שבעקבותיו נמצא בורר התנע מן הסעיף הקודם. בורר המהירויות מבטיח שכל החלקיקים יכנסו עם מהירות זהה (כמעט...), כך שהקוטר יהיה מדד למסה.



תרשים 3: אלומת חלקיקים שליליים נכנסת לספקטרוטר מסות ומתפצלת לשלושה חלקים. תחילה עוברת האלומה דרך בורר מהירויות שבו השדה המגנטי נכנס לדף והשדה החשמלי פונה ימינה. לאחר מכן עוברת לאזור שבו יש רק שדה מגנטי ניצב לדף. באזור זה האלומה שוות המהירות מתפצלת לפי מסות. השלב הראשון הוא בורר מהירות; השלב השני הוא בורר תנע. שילוב שני אלה הוא בורר מסה.

### מעקב אחרי המסלול של חלקיק בודדים

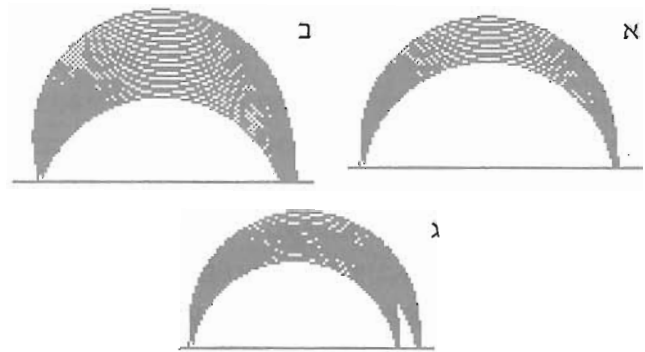
אחד ההשגים המרהיבים של הפיסיקה הניסויית במאה ה-20 הוא היכולת לראות באופן מקרוסקופי את עקבותיו של חלקיק מיקרוסקופי. חלקיקים טעונים עתירי אנרגיה שעוברים בתווכים שונים גורמים ליינון לאורך מסלולם. טכניקות שונות (לוח צילום (תא ערפל, תא בועות, ומתקנים מודרניים יותר) מנצלות את היונים שנוצרו לצורך תהליכים שמותירים רישום מקרוסקופי. מסלולי החלקיקים מושפעים על ידי שדה מגנטי חזק. מתקבלים מסלולים שהם קשתות של מעקמים שונים. מתוך צורת המסלול לומדים על תכונות החלקיקים (מסה, מטען, זמן חיים).

### גילוי הפוזיטרון על ידי Anderson

ניתוח המסלולים נעשה בתחום רב. נביא כאן דוגמה שאינה מורכבת מבחינת הניתוח, ויש לה ערך היסטורי. ב-1932 גילה אנדרסון כי לאחד המסלולים יש עקמומיות דומה לזו של אלקטרונים בשדה מגנטי, אך כיוון ההטייה היה הפוך, כאילו מדובר במטען חיובי. זה היה חידוש עצום, מפני שקודם לכן חלקיקים עם מסה כה קטנה שנצפו היו תמיד שליליים (אלקטרונים). כדי לוודא שאין מדובר באלקטרון שנכנס מן הכיוון ההפוך (למרות מחסומי העופרת העבים), הכניס אנדרסון מחסום עופרת לתוך התא. העקמומיות של המסלול

פתרון אנליטי של מערכות כאלה עשוי להיות מסובך לתלמיד, אך פתרון נומרי מלווה בהדמיה מניב תמונות כמו אלה שבתרשים 2. זוהי דוגמה של תהליך פיסיקלי מעניין שאפשר לחשוף בפני התלמיד באמצעות הדמיה שנסמכת על פתרון נומרי ממוחשב.

בדוגמה האחרונה השתמשנו בשדה מגנטי בלבד. שדה מגנטי מטה את החלקיקים ממסלולם הישר, אך אינו משנה את גודל מהירותם. שדה חשמלי משנה גודל וכיוון. צרוף של שני השדות מעשיר מאוד את אפשרויות הניתוב והמיקוד. אפשר למקד חלקיקים טעונים באמצעות שדות חשמליים בלבד (עדשה אלקטרוסטטית) או באמצעות שדות מגנטיים

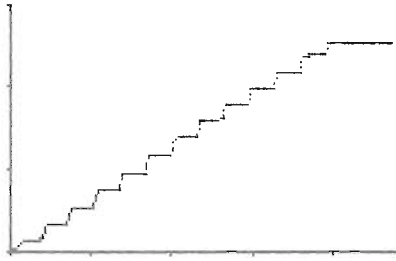


תרשים 2: אלומות של חלקיקים בשדה מגנטי.

כל החלקיקים יוצאים מנקודה אחת אלו גודל מהירות. הם נבדלים בכיוון התנועה.  
(א) המפתח הזוויתי הוא  $20^\circ$ .  
(ב) המפתח הזוויתי הוא  $40^\circ$ .  
(ג) האלומה מורכבת משני סוגי חלקיקים, שהתנעים שלהם נבדלים זה מזה ב 10%, והמפתח הזוויתי הוא  $20^\circ$ .

בלבד. אפשר להשתמש גם בשדות משתנים. במקרה שלנו יש מיקוד הודות לצרוף של שדה חשמלי אחיד עם שדה מגנטי אחיד.

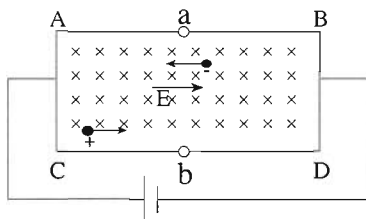
דוגמה של מיקוד מושלם מתקבל בתנועה בשדה חשמלי ומגנטי אחיד (במאמר "תנועת חלקיק טעון בהשפעת כוח לורנץ – פתרון ממוחשב" בגליון זה). שם ראינו כי כל החלקיקים שעוברים דרך נקודת המוצא ברגע מסויים נפגשים שנית בנקודה אחת כעבור פרק זמן מסויים. זה דומה מאוד לתהליך המיקוד המוכר אצל גלי האור. המאפיין את תהליך המיקוד אצל קרני האור הוא בכך שקרניים שעברו מסלולים שונים באורכם מגיעות לנקודה משותפת (תרשים 4), ועושות זאת במשך אותו פרק זמן, בלי קשר לאורך המסלול שהן עברו בתווכים השונים. במובנים אלה, מיקוד חלקיקים טעונים באמצעות שדות חשמליים ומגנטיים דומה מאוד למיקוד קרני אור באמצעות תווכים. מן האופטיקה אנו יודעים כי קשה להשיג מיקוד מושלם.



תרשים 6: גרף אנרגיה-זמן בציקלוטרון. רוב הזמן האנרגיה אינה משתנה. רק באיזורים הצרים של השדה החשמלי יש שינוי באנרגיה.

### אפקט Hall

ראינו כי חלקיקים טעונים נסחפים בכיוון ניצב לשדה החשמלי והמגנטי – השלשה  $(\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{v})$  היא שלשה ימנית. הדבר נכון גם לחלקיקים חופשיים במתכות ובמוליכים למחצה. אם ניקח לוח מתכת דק ונחבר אותו למקור מתח שתקבל תנועת מטענים (זרם חשמלי). אם נפעיל שדה מגנטי בניצב ללוח יסטו המטענים בכיוון ניצב לכיוון הזרם (תרשים 7). לאורך קווי השוליים AB ו-CD יצטברו מטענים הפוכי סימן שייצרו שדה חשמלי. בין הנקודות a ו-b ייווצר כא"מ. אם מחברים בין שתי הנקודות בתייל מוליך יעבור דרכו זרם. הכא"מ והזרם מסייעים לנו בזיהוי מטעניהם של החלקיקים החופשיים בתוך החומר. עלינו למדוד את המתח בין שולי הלוח (או את הזרם בתייל הנוסף), ומתוך סימנו נוכל למצוא את סימן המטענים החופשיים. האפקט התגלה על ידי אדווין הול ב-1879 (רקע היסטורי – בהמשך). כידוע הממצאים מפתיעים – לעיתים מתברר (עובר לוחות מחומרים שנים) שנושאי המטען דווקא חיוביים. הדבר הוסבר רק במסגרת תורת הקוונטים. אפשר לנצל את אפקט Hall גם בכיוון הפוך. משתמשים בלוח ידוע, ובשדה חשמלי ידוע, כדי לזהות שדה מגנטי. בנוכחות שדה מגנטי מתקבל מתח בין שולי הלוח. מתח זה מתכונתי לשדה המגנטי. על עקרון זה מבוססים מדי השדה המגנטי הממוחשבים. יש גם מדי כוח שמבוססים על אפקט Hall. על הרקע ההיסטורי של אפקט Hall – במאמר "תורת האלקטרון של לורנץ" בגיליון זה.



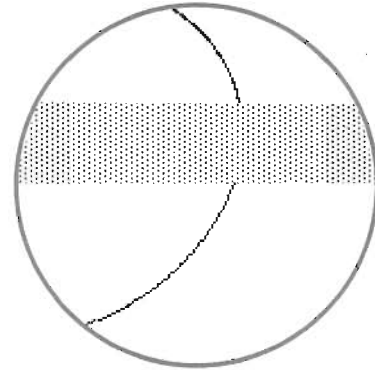
תרשים 7: אפקט Hall. שדה חשמלי אופקי ושדה ניצב לדף גורמים להטיית הזרם החשמלי וליצירת כא"מ בכיוון ניצב (בין a ל-b).

### סיכום

התקנים הקשורים בתנועת חלקיקים בשדות אחידים מדגימים שימושים של החוק השני של ניוטון. זהו שילוב של מכניקה, חשמל, וחקר החלקיקים. הדמיה משפרת מאוד את איכות הדיון.

תהודה

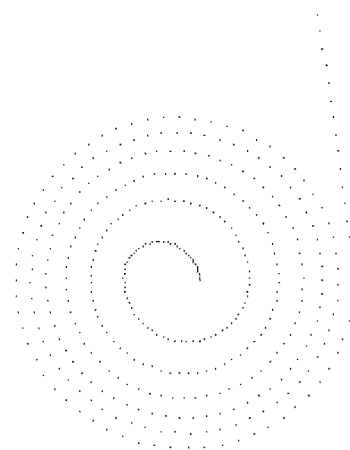
לאחר המעבר דרך המחסום קטנה יותר. כך אפשר לזהות מניין נכנס החלקיק (תרשים 4).



תרשים 4: הדמיה של גילוי האלקטרון על ידי אנדרסון. מחסום עופרת באמצע התא מאט את החלקיק, ומגדיל את עקמומיות המסלול.

### הציקלוטרון של Lawrence

זהו אחד היישומים האלגנטיים של שדה מגנטי אחיד. אמנם אין רואים בעיין את המסלול היפה, אך ההתקן עובד היטב, וההסבר פשוט. כאן ההדמיה חושפת יותר ממה שאפשר לראות בעיין במכשיר עצמו (תרשים 5). בדרך כלל צורת המסלול מפתיעה מעט את הצופים בהדמיה. מתברר כי הפסיעה בין שני מעגלים עוקבים הולכת ופוחתת. ההסבר הוא תרגיל פשוט בהבנת המערכת (בכל פסיעה יש תוספת אנרגיה קבועה, ולכן תוספת המהירות אינה קבועה, וכך גם תוספת הרדיוס).



תרשים 5: מסלול חלקיק בתוך הציקלוטרון. הרדיוס משתנה בתוספות לא קבועות.

הציקלוטרון משלב את התכונות של שני השדות. את ההאצה עושה השדה החשמלי. מטרת השדה המגנטי היא להטות את החלקיק שוב ושוב אל אתרי ההאצה. השדה המגנטי אינו ספק אנרגיה, אלא מנתב בלבד. העובדה שתדירות הציקלוטרון  $(\omega = (q/m) \cdot B)$  קבועה, מאפשרת להאיץ בכל מחזור בשני אתרים שונים, תוך תזמון של היפוך כיוון השדה החשמלי. תוספת האנרגיה (תרשים 6) היא קבועה, וגרף אנרגיה-זמן הוא פונקציה מדרגות בעלת מעטפת לינארית.