

תיאוריות, תיאוריות-על ומושג הרדוקציה

ברנד סרינג, בית ספר התיכון למדעים ולאמנויות, ירושלים¹

תקציר: באיזה מובן נגזרת האופטיקה הגאומטרית מאופטיקת הגלים? מהו טיב היחסים בין תורת הקוונטים לבין הפיסיקה הקלאסית? במקרים מועטים בלבד אפשר לגזור תיאוריה מצומצמת מתיאוריה כללית יותר בדוקציה לוגית פשוטה. במקרים רבים יותר "מצביעה" תיאוריה כללית על תיאוריה מצומצמת באמצעות מעבר גבול מסוים, אך במקרים המעניינים באמת, גם מעבר מסוג זה נתקל בקשיים.

מבוא

בפרק החובה "קרניה וחומר" פותחת תכנית הלימודים החדשה בפיסיקה דלת לחשיבה על המדע ולחשיבה רפלקטיבית וביקורתית בכלל, ומכבדת בכך מורים ותלמידים. דרך הסילבוס עובר כחוט השני דיון במושג "מודל מדעי" ובמושגים אחרים מתחום הפילוסופיה של המדע. עם זאת ממרה הסילבוס לסגור דלת זו מיד עם פתיחתה: "דיון מופשט בנושא מודל מדעי עלול להיות קשה לתלמידים. לכן מומלץ להקדיש למודל כשעה-שעתיים בלבד ובהמשך הלימוד לבסס את הרעיונות הקשורים בו במסגרת דיון במודלים הקונקרטיים של האור"². ההמלצה אינה נובעת מהמשפט המקדים אותה, אלא אם כן מניחים הנחה סמויה, שאסור להקשות על התלמידים. הנחה זו עשויה להוביל לעיסוק שטחי בנושא ולייצוג פשטני של סיטואציות מורכבות. עיון בסכימת הקצאת השעות ובפירוט נושאי הלימוד לפרק זה בסילבוס מעלה, שמורה יוכל ללא קושי להמנע מ"דיון מופשט בנושא מודל מדעי" בכלל. גם התהליך המובטח של ביסוס הרעיונות באמצעות מודלים קונקרטיים אינו מוביל לטיפול מדויק יותר במושגים "מודל" ו"תיאוריה". אי-אפשר כמובן לדרוש מתלמידים וממורים להוסיף למסגרת לימודי הפיסיקה הרגילים עיסוק נרחב בפילוסופיה של המדע, וסביר להניח, שתלמידים רבים יתקשו בחשיבה מופשטת על מדע ולא ייהנו ממנה. עם זאת מותר להקשות על התלמידים לפעמים ומותר לבקש מהם גם עיסוק בנושאים מופשטים. לא נדרש זמן רב על מנת לטפל בסוגיות מסוימות בפילוסופיה של המדע בצורה נאותה. אציג כאן שיעור, שדורש זמן הוראה של 60-90 דקות (כולל דיון). רצוי לשלב אותו בשכבה י"ב אחרי סיום הפרק "התאבכות ועקיפה בגלי מים ובאור"³. אין צורך לטפל בשעור בכל הפרטים הטכניים המוזכרים בגוף המאמר על מנת שהמסר המרכזי שלו יובן.

לתופעת טבע: האופטיקה הגאומטרית ואופטיקת הגלים, תורת הקוונטים והפיסיקה הקלאסית, ועוד. חשוב לברר בכל מקרה את מהות היחסים בין שתי התיאוריות. האם ניתן לגזור אחת מהן בדרך כלשהי מהשנייה? האם ניתן לגזור את שתייהן מתיאוריה שלישית? האם, ברוח עקרון ההשלמה של בור, עלינו להחזיק בשתי תיאוריות בלתי תואמות על מנת שנוכל לתאר תופעת טבע בשלמותה?

לפני שנעסוק בשאלות מסוג זה נגדיר שלושה מונחים:

אם ניתן לגזור תיאוריה T_1 בתהליך מוסבר ואובייקטיבי מתיאוריה T_2 , אזי נתייחס ל- T_2 כ-"תיאורית-על" של T_1 . נגיד גם, שאפשר "להעמיד"⁵ את T_1 על T_2 או שניתן "לבצע רדוקציה" של T_1 ל- T_2 .

הגדרה זו מעורפלת למדי - היא לא מפרטת כיצד יש לתרגם את המושגים של T_1 לאלה של T_2 . היא אינה מסבירה את האופן המדויק, שבו החוקים של T_1 נובעים מאלה של T_2 . היא דורשת "תהליך מוסבר" (שאינו מתבסס על עקרונות בלתי מובנים או בלתי מנומקים) ו"אובייקטיבי" (שמוביל לתוצאות זהות אצל כל אדם, שמקפיד על הכללים). לצורך הדיון בהמשך לא נזדקק להגדרה מדויקת יותר.

ישנה ספרות מדעית פופולרית ענפה סביב שאלת קיומה של תיאורית-על לכל (Grand Unified Theory) התיאוריות הפיסיקליות. הטובים מבין פרסומים אלה עשויים בהחלט להלהיב אנשים צעירים ולעורר את סקרנותם. כדאי להתייחס לנושא הזה בכיתה ולהכיר לתלמידים מבחר ספרים ומאמרים⁶. בשיעור המוצע נברר בצורה יסודית את היחסים בין תיאוריות מדעיות מתחרות, וכיצד ניתן להעמיד אחת על השנייה. נתחיל בשתי דוגמאות מתחום המכניקה ונסיים בהוכחה, שהאופטיקה הגאומטרית אינה נובעת מאופטיקת הגלים בגבול של אורכי גל קצרים.

רדוקציה לוגית

הרדוקציה הלוגית, ז"א הגזירה הלוגית דדוקטיבית של תיאוריה מצומצמת מתיאוריה כללית יותר, הנה הפשוטה מבין שיטות

תיאוריות ותיאוריות-על

בפרק "קרניה וחומר" יעמדו התלמידים שוב ושוב מול סיטואציה, שבה שני מודלים או שתי תיאוריות⁴ יתחרו על מתן ההסבר

- הארץ הנה כדור בעל רדיוס קבוע $R \approx 6378[\text{km}]$.
- מסת הארץ הנה $M \approx 5.97 \cdot 10^{24} \text{kg}$.
- הארץ מסתובבת סביב צירה בתנועה סיבובית אחידה פעם אחת ב- $23\text{h}56'4''$.
- לקבוע הגרביטציוני העולמי ערך $G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \right]$.

בעקבות דוגמא זו נגדיר הגדרה כללית:

תהי T_2 תיאוריה פיסיקלית כללית ו- T_1 תיאוריה מצומצמת יותר.

נאמר ש"ניתן להעמיד את T_1 לוגית על T_2 " או ש"ניתן לבצע רדוקציה לוגית של T_1 ל- T_2 ", אם אפשר לגזור את T_1 לוגית-דדוקטיבית מ- T_2 , כאשר מתקיימים תנאי ראשית מסוימים. במקרה זה נקרא ל- T_2 "תיאורית-על" של T_1 .

נניחם את ההגדרה על שתי דוגמאות:

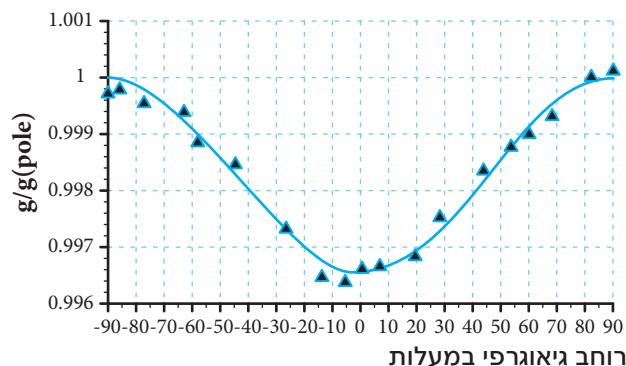
(א) האם אפשר להעמיד את הפיסיקה הקלאסית לוגית על תורת הקוונטים?

נסמן ב- T_1 את הפיסיקה הקלאסית בגרסתה משנת 1912 (אחרי פרסום מודל האטום של רתרפורד¹⁰ ולפני פרסום מודל בור¹¹). במסגרת התיאוריה T_1 מיוצג אטום המימן כמערכת דו חלקיקית, שבה אלקטרון קשור לפרוטון ע"י כוח אלקטרומגנטי. התנועה היחסית בין שני החלקיקים הנה מסלול קפ"ר; שני החלקיקים נעים בתנועה מואצת. האלקטרודינמיקה הקלאסית (שמהווה מרכיב של T_1) קובעת, שחלקיק טעון מואץ פולט קרינה אלקטרומגנטית. לכן יאבד אטום המימן ללא הרף אנרגיה - האלקטרון והפרוטון "ייפלו" זה על זה. אטום המימן "הקלאסי" אינו יציב.

נסמן ב- T_2 את תורת הקוונטים בניסוחים השקולים של שרדינגר והייזנברג משנות העשרים של המאה הקודמת. תיאוריה זו טוענת, שקיימים "מצבים סטציונריים" של אטום המימן, שבהם האנרגיה הכוללת של האטום אינה משתנה, כך שהוא יציב. אילו ניתן היה להעמיד את T_1 לוגית על T_2 , תורת הקוונטים הייתה מכילה לוגית עובדה (אי היציבות של אטום המימן), שסותרת עובדה אחרת הנגזרת ממנה (קיומם של מצבים סטציונריים). במקרה הזה הייתה T_2 תורה לא קונסיסטנטית, שמקומה בפח האשפה של היסטוריית המדע. אם, כפי שאנו מאמינים, תורת הקוונטים הנה תיאוריה אמיתית וקונסיסטנטית של הטבע, אזי הפיסיקה הקלאסית אינה ניתנת לרדוקציה לוגית לתורת הקוונטים.

הרדוקציה השונות. עם זאת, קשה למצוא דוגמא לא טריוויאלית לקשר מסוג זה בין תיאוריות מדעיות. ננתח עתה דוגמא כזאת.

קבוצת חוקרים ערכה במקומות שונים על פני כדור-הארץ סדרה של שקילות מדויקות מאוד במטרה למדוד את גודלו של הרכיב הרדיאלי (האנכי) של תאוצת הכובד המקומית g . תוצאות המדידה מוצגות בתרשים 1:



תרשים 1

בציר האופקי מסומן הרוחב הגאוגרפי של המקום בו בוצעה מדידה, ובציר האנכי מסומן היחס $\frac{g}{g_{\text{Pole}}}$ בין גודל תאוצת הכובד g המקומית לבין גודלה בקוטב הצפוני g_{Pole} . המשולשים השחורים מייצגים את תוצאות המדידה. הקו השבור בתרשים הנו הגרף של עקומה מתמטית מסוימת, שמקרבת את תוצאות המדידה בצורה המיטבית⁷. עקומה זו מהווה מודל מתמטי T_1 , שמאפשר לנו לנבא את גודלה של תאוצת הכובד במקומות בהם לא מדדנו, ושניתן באופן עקרוני להפרכה ע"י מדידות חדשות.

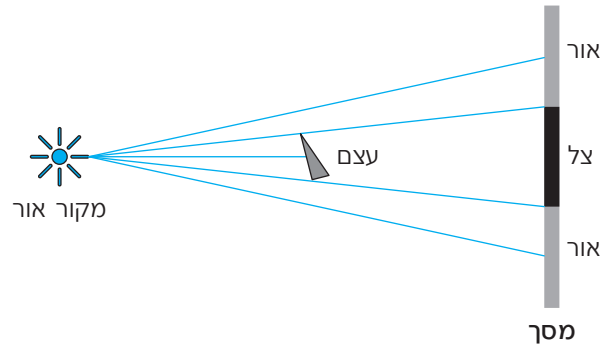
ישנה תיאוריה כללית מאוד של הטבע T_2 (המכניקה הניוטונית), שמסוגלת להסביר את תופעת השונות של g ביחס לרוחב הגאוגרפי. מאחורי שונות זו עומד סיבוב כדור הארץ סביב צירו. אם ניעזר בחוקי המכניקה הניוטונית על מנת לנתח פעולת שקילה, שמתבצעת על פני כוכב כדורי המסתובב סביב צירו בקצב אחיד, נקבל את הביטוי הבא:

$$\frac{g}{g_{\text{Pole}}} = 1 - \frac{\omega^2 R^3}{G \cdot M} \cdot \cos^2 \varphi$$

כאשר φ מסמן את הרוחב הגאוגרפי, R את רדיוס הכוכב, M את מסתו, ω את התדירות הזוויתית שלו ו- G את הקבוע הגרביטציוני העולמי. אם נציב את הערכים הרלבנטיים לכדור הארץ במקום פרמטרים אלה, נקבל ביטוי, שמתאים בדיוק רב לעקומה השבורה בתרשים 1 (המודל המתמטי T_1). המודל T_1 נגזר אפוא לוגית-דדוקטיבית מהמכניקה הניוטונית T_2 , אם מניחים מספר תנאי ראשית⁸:

(ב) האם אפשר להעמיד את האופטיקה הגאומטרית¹² לוגית על אופטיקת הגלים?

נניח שמקור אור נקודתי (ראה תרשים 2) פולט חלקיקי אור. חלק מחלקיקים אלה מגיעים למסך, אך חלק נתקלים ב"עצם" אטום, העומד בדרכם, ונבלעים בו. לאזור המסומן ב"צל" לא מגיעים חלקיקי אור בכלל, בשעה שהאזורים המסומנים ב"אור" מוארים. על המסך מתקבלת **צללית** העצם. קל יחסית למצוא את שפת הצללית: מותחים ממקור האור קווים ישרים המשיקים לשפת העצם; נקודות החיתוך של קווים אלה עם המסך מהווים את שפת הצללית.



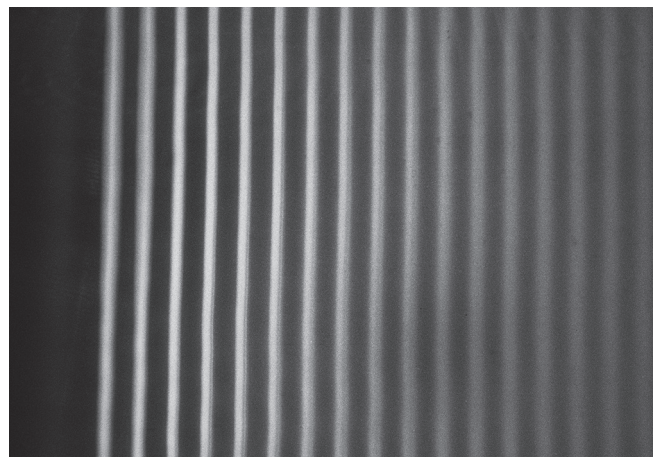
תרשים 2

ע"פ המודל החלקיקי של האור יתקבל גבול חד וברור בין אזור הצללית לבין האזור המואר. אנו מצפים לראות את התמונה הבאה, אם נתבונן מקרוב בשפת הצללית:



תרשים 3

אופטיקת הגלים מנבאת לעומת זאת את הסיטואציה הבאה:



תרשים 4

לא יתקבל מעבר חד בין אזור הצללית בצד שמאל לבין האזור המואר בצד ימין. אזור הצללית יעבור לאזור המואר דרך סדרה של פסי עקיפה.

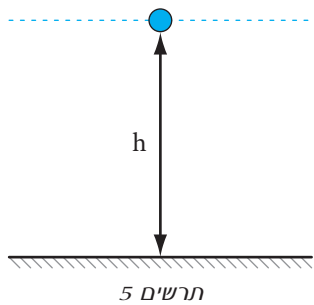
בשעה שאופטיקת הגלים מראה לנו, שאין לצפות לגבול חד בין חושך לבין אור בשפת הצללית של עצם, האופטיקה הגאומטרית (ככל שהיא נשענת על המודל החלקיקי של האור) טוענת את ההיפך.

מכיוון שלא יתכן, שאפשר לגזור מאופטיקת הגלים באופן לוגי-דדוקטיבי טענה ואת היפוכה, מתחייבת המסקנה, **שלא ניתן להעמיד את האופטיקה הגאומטרית לוגית על אופטיקת הגלים.**

למושג "צללית" אין למעשה כל תפקיד באופטיקת הגלים (התיאוריה הפיסיקלית הרחבה יותר), אך יש לו מעמד מכובד באופטיקה גאומטרית (התיאוריה המצומצמת יותר). מושג ששייך לתיאוריה ספציפית, אך שאינו שורד את הרדוקציה לתיאורית-על, נקרא באנגלית "emergent concept". סביב תופעת האַמֶרְגֵנְטִיּוּת מתנהל וויכוח ער מאוד¹³, במיוחד בקשר לשאלה, האם ניתן להבין את תופעת החיים כתופעה אמרגנטית.

רדוקציה אסימפטוטית

בעזרת ניסוי מחשבה מפורסם¹⁴ ובעזרת מחקר אמפירי קפדני¹⁵ הראה גלילאו גלילאי, שתנועת הנפילה החופשית של גופים הנה תנועה שוות תאוצה, ושתאוצת קבועה זו $g_{Galilei}$ שווה עבור כל הגופים. גלילאו לא דווח על תלות כשלהי של $g_{Galilei}$ בגובה h של הגוף הנופל מעל פני כדור-הארץ (ראה תרשים 5).

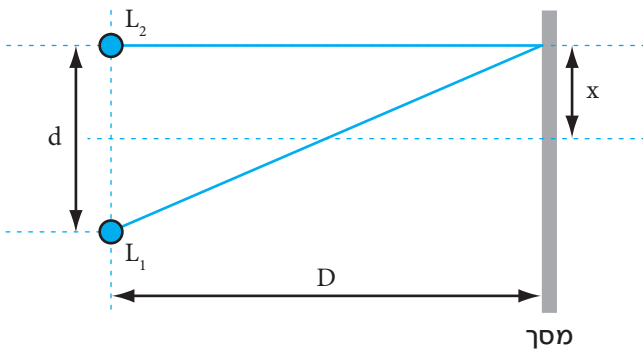


תרשים 5

מחוקי הפיסיקה הניוטונית נובע, שתנועת הנפילה החופשית בכדה"א אינה תנועה שוות תאוצה, ושגודלה של תאוצת הנפילה תלוי בגובה h . התלות המדויקת היא:

$$g_{Newton} = \frac{g_{Galilei}}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2}$$

כאשר R הוא רדיוס כדה"א. ברור שלא ניתן להעמיד את תורת הנפילה של גלילאו לוגית על המכניקה הניוטונית: השניה טוענת,



תרשים 6

שני מקורות אור נקודתיים, קוהרנטיים ושווי עצמה L_1 ו- L_2 ניצבים במרחק d זה מזה. במרחק D משניהם נמצא מסך. אנו מניחים, שהמרחק D גדול בהרבה מהמרחק d (קירוב פראונהופר). במרחק x ממרכז המסך נמצא גלאי אור; נסמן ב- $I(x)$ את עוצמת האור הנמדדת על ידו.

על מנת לבדוק את אפשרות הרדוקציה האסימפטוטית של האופטיקה הגאומטרית לאופטיקת הגלים, נחשב את $I(x)$ קודם ע"פ חוקי האופטיקה הגאומטרית ולאחר מכן ע"פ חוקי אופטיקת הגלים ונבדוק, האם שתי התוצאות מתלכדות בגבול $\lambda \rightarrow 0$.

במסגרת האופטיקה הגאומטרית (ככל שהיא המתבססת על המודל החלקיקי של האור) נטען, שעוצמתם השווה I_0 של שני מקורות האור נובעת מקצב פליטה שווה של חלקיקי אור. ידוע לנו, שבמרחק r ממקור נקודתי בעל עצמה I_0 תימדד עוצמה $\frac{I_0}{r^2}$ הגלאי, שנמצא במקום x במסך, יקלוט את כל חלקיקי האור, שמגיעים ממקור L_1 למקום זה, ובנוסף את כל החלקיקים, שמגיעים ממקור L_2 . הניבוי של האופטיקה הגאומטרית לגודל $I(x)$ הנו:

$$I_{\text{geom}}(x) = \frac{I_0}{D^2 + \left(\frac{d}{2} - x\right)^2} + \frac{I_0}{D^2 + \left(\frac{d}{2} + x\right)^2}$$

קל לראות ש-

$$I_{\text{geom}}(x) \approx \frac{2I_0}{D^2}$$

כאשר d ו- x קטנים יחסית ל- D (צפייה במרכז המסך). בעזרת נוסחת ההתאבכות הרגילה עבור שני מקורות אור קוהרנטיים בקירוב פראונהופר ($\frac{d}{D} \ll 1$) לא קשה למצוא את הניבוי של אופטיקת הגלים לגודל $I(x)$:

$$I_{\text{wave}}(x) = \frac{4I_0}{D^2} \cdot \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D} \cdot x\right)$$

ליד הגדלים המוסברים בתרשים 6 מופיע בביתו זה גם אורך הגל λ של האור המוקרן. חשוב להדגיש, שהארגומנט של פונקציה ה- \cos אומנם פרופורציוני לגודל $\frac{d}{D}$, אך שאיננו ניתן להזנחה, אם נציב אורכי גל קצרים מאוד.

בתרשים 7 מוצגות שתי הפונקציות $I_{\text{geom}}(x)$ ו- $I_{\text{wave}}(x)$.¹⁹ הציר האנכי מכויל ביחידות $\frac{2I_0}{D^2}$.

שתאוצת הנפילה החופשית תלויה בגובה h , בשעה שהראשונה קובעת, שלא קיימת תלות כזאת. אילו ניתן היה לגזור את תורת גלילאי לוגית מתורת ניוטון, אזי תורת ניוטון לא הייתה קונסיסטנטית.

מצד שני ברור מיד, שהמכניקה הניוטונית מצביעה על תורת גלילאו כמקרה גבולי. הגודל g_{Newton} מתלכד עם הגודל g_{Galilei} במקרה הגבולי, שבו $h = 0$:

$$\lim_{h \rightarrow 0} g_{\text{Newton}} = g_{\text{Galilei}}$$

משמעות התנאי $h = 0$ במסגרת המכניקה הניוטונית היא, שהגוף נמצא במקום קבוע ושאינו נופל בכלל, בשעה שבתורת גלילאו הגודל g_{Galilei} מתאר תנועת נפילה. אין התאמה פשוטה בין שתי הסיטואציות. למרות הכל אפשר לומר, שתורת ניוטון מצביעה בצורה חד-משמעית¹⁶ על תורת גלילאו דרך מעבר גבול, גם אם תורת גלילאו איננה ניתנת לרדוקציה לוגית לתורת ניוטון. בעקבות הדוגמא הזאת ננסח את ההגדרה הכללית הבאה:

אומרים, ש"אפשר להעמיד תיאוריה T_1 אסימפטוטית על תיאוריה T_2 " או ש"ניתן לבצע רדוקציה אסימפטוטית של T_1 ל- T_2 ", אם T_2 מכילה פרמטרים λ, μ, ν, \dots אופייניים, כך ש- T_1 תתקבל כגבול של T_2 , כאשר $\lambda, \mu, \nu, \dots \rightarrow 0$.¹⁷ במקרה זה נקרא ל- T_2 "תיאורית-על" של T_1 .

מושג הרדוקציה האסימפטוטית מתוחכם יותר ממושג הרדוקציה הלוגית, אך גם הוא איננו מסוגל לתאר את היחסים המורכבים בין כל התיאוריות הפיסיקליות המתחרות.

סינולריות

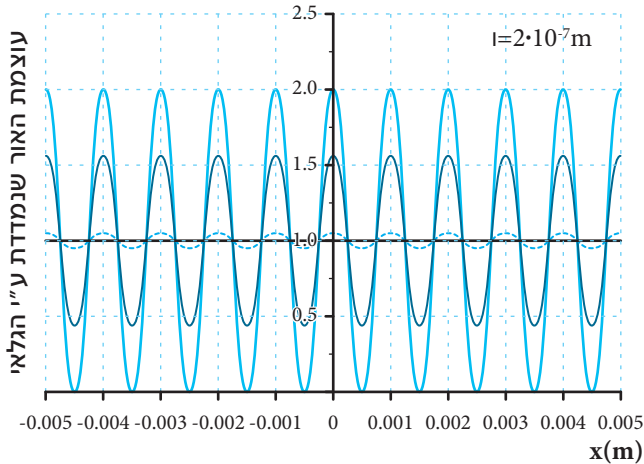
כאשר דנו בהבדל בין אופטיקת הגלים לבין האופטיקה הגאומטרית, התייחסנו לפסי העקיפה בשפת הצללית של עצם (תרשים 4). רוחב פסי העקיפה פרופורציוני לאורך הגל λ של האור המוקרן. אפשר לצפות, שעבור אורך גל קצר מאוד, פסי ההתאבכות יהיו צרים מאוד, כך שיתקבל בקירוב טוב גבול חד בין אזור הצללית לבין האזור המואר. בספר הלימוד "מודלים של האור" נקבע:

"במסגרת האופטיקה הגאומטרית מזניחים את עקיפת האור, כלומר מניחים שפתיחים שדרכם האור עובר הם רחבים מאוד ביחס לאורכי הגל של האור, וכי הגופים שנמצאים במסלול אלומת אור הם הרבה יותר רחבים מאורכי הדגל של האור."¹⁸ במילים אחרות:

אנו משערים, שניתן להעמיד את האופטיקה הגאומטרית אסימפטוטית על אופטיקת הגלים בגבול $\lambda \rightarrow 0$. על מנת לבחון השערה זו ננתח את המערך הניסויי הבא:

מכאן נובע, שלא ניתן להעמיד את האופטיקה הגאומטרית אסימפטוטית על אופטיקת הגלים בגבול $\lambda \rightarrow 0$.

למרות שנכשלנו בניסיון לבצע רדוקציה אסימפטוטית של האופטיקה הגאומטרית לאופטיקת הגלים דרך מעבר הגבול $\lambda \rightarrow 0$, קיימת פרוצדורה שיטתית, שמאפשרת לנו לעבור בין התיאוריות. תרשים 9 הנו תקריב לציר האופקי של תרשים 8.



תרשים 9

נוספו שתי עקומות: העקומה הכחולה מייצגת את הממוצע של ערכי העקומה בצבע תכלת על תחום בציר האופקי שרוחבו 5 מ"מ; העקומה המקווקוות השחורה מייצגת ממוצע על תחום שרוחבו 10 מ"מ. דרך תהליך של מיצוע על קטעים יותר ויותר רחבים יתכנס הניבוי של אופטיקת הגלים לזה של האופטיקה הגאומטרית (הקו הישר). את הגדלים הממוצעים האלה ימדוד גלאי האור עם רזולוציה מרחבית מוגבלת. חישובתי את הממוצעים בתרשים 9 באמצעות גליון אלקטרוני. אפשר להגדיר באופן אנליטי ממוצע על קטע $[x-L, x+L]$ עבור ערך כלשהו של L בצורה הבאה:

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{2L} \cdot \int_{x-L}^{x+L} I_{\text{wave}}(\xi) d\xi$$

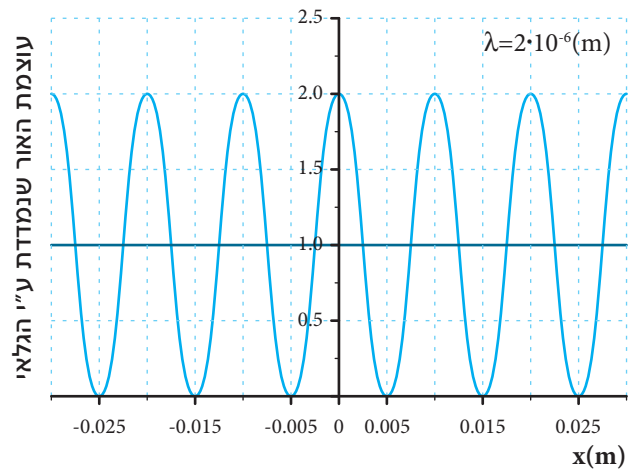
אחרי חישוב לא מסובך מדי מוצאים:

$$\bar{I}(x) = \frac{2I_0}{D} \cdot \left(1 + \frac{\lambda D}{2\pi L D} \cdot \sin\left(\frac{2\pi L D}{\lambda D}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda D} \cdot x\right) \right)$$

מכיוון שהפונקציות \sin ו- \cos הן חסומות, קל לראות שעבור כל ערך של L מתקיים:

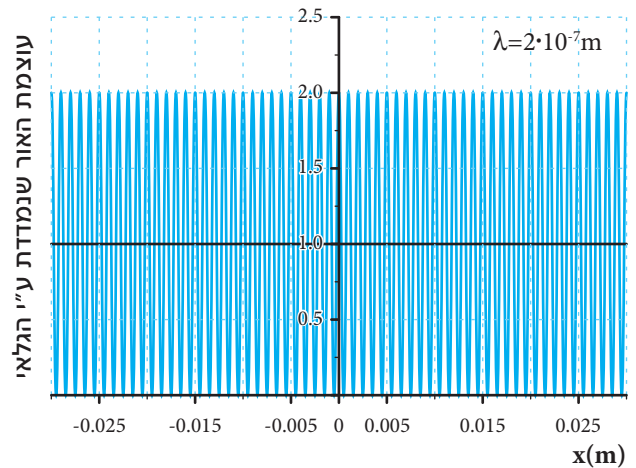
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{I}(x) = \frac{2I_0}{D^2} = I_{\text{geom}}(x)$$

מסתבר שניתן לעבור באופן שיטתי מאופטיקת הגלים לאופטיקה הגאומטרית:



תרשים 7

הקו השחור מייצג את ניבוי האופטיקה הגאומטרית; עוצמת ההארה כמעט ואינה משתנה בכלל, כאשר מתרחקים ממרכז המסך. הקו הכחול מייצג את ניבוי אופטיקת הגלים, שעל פיו יופיעו על המסך פסי התאבכות ברוחב של סנטימטר אחד. אם נקטין את אורך הגל פי עשרה, נקבל את התמונה שבתרשים 8:



תרשים 8

העקומה הכחולה מתנדנדת "מהר יותר" סביב העקומה השחורה, אך לא נראה, שהיא מתכוונת להתכנס אליה. מצב זה יישמר גם, אם נקטין את אורך הגל עוד יותר. בדיקת הביטוי

$$I_{\text{wave}}(x) = \frac{4I_0}{D^2} \cdot \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D} \cdot x\right)$$

מעלה שלא ניתן לבצע את מעבר הגבול $\lambda \rightarrow 0$, מכיוון שהביטוי $\frac{\pi d}{\lambda D}$ סינגולרי ב- $\lambda = 0$.

H. Georgi, A unified theory of elementary particles and forces, Scientific American, April 1981, pp.40-55

7 קיימות עקומות רבות, שמקרבות את תוצאות המדידה בהתאם לקריטריונים שונים. בחירת העקומה בתרשים מבוססת על נימוקים **תיאורטיים** לגבי צורת העקומה הצפויה.

8 תנאי ראשית קובעים ערכים עבור פרמטרים או משתנים דינמיים, שאותם התיאוריה עצמה לא מנבאת (המכניקה הניוטונית למשל לא מנבאת את ערכו של הקבוע הגרביטציוני העולמי G).

9 "שעה" מוגדרת כחלק ה-24 של יממה שמשית ממוצעת. כדה"א מסתובב סביב צירו פעם אחת ביממה סידרית.

10 E. Rutherford, *Philosophical Magazine*, Series 6, vol. 21, May 1911, pp. 669-688
<http://dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Rutherford-1911/Rutherford-1911.html>

11 N. Bohr, *Philosophical Magazine*, Series 6, Vol.26, July 1913, pp.1-25
<http://dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Bohr/Bohr-1913a.html>

12 לא נבדיל כאן בין האופטיקה הגאומטרית לבין המודל החלקיקי של האור, למרות שלא מדובר בתיאוריות זהות. השאלה, האם אפשר להעמיד את האופטיקה הגאומטרית לוגית על המודל החלקיקי של האור, שווה בדיקה.

13 ע"ע "Emergent Properties" ב-"The Stanford Encyclopedia of Philosophy",
<http://plato.stanford.edu/entries/properties-emergent/>

14 ראה: ש.סמבורסקי, המחשבה הפיסיקאלית בהתהוותה, מוסד ביאליק, ירושלים, 1987, ע' 232

15 S. Drake, *History of Free Fall: Aristotle to Galileo*, Wall&Thompson, Toronto, 1989, Ch.5

16 מושג ה"גבול" במתמטיקה הנו מושג מורכב. נקח לדוגמא את סדרת המספרים $\left\{ \frac{1}{n} \mid n=1, 2, \dots \right\}$. גבול הסדרה (היחיד) הנו $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$, אך גבול זה איננו שייך לסדרה: לא קיים מספר טבעי n, כך ש- $\frac{1}{n} = 0$. הסדרה מצביעה בצורה חד-משמעית על מספר, שאינו שייך אליה. מורי הפיסיקה נאלצים להתמודד עם מורכבות זו בפעם הראשונה, כאשר הם מלמדים את המושג "מהירות רגעית".

17 אין כל חשיבות מיוחדת לכך, שהפרמטרים שואפים דווקא לאפס. אם פרמטר מסוים λ של תיאורית-העל T_2 חייב לשאוף לערך כלשהו, על מנת שתתקבל התיאוריה המצומצמת T_1 , אזי ניתן להגדיר פרמטר חדש $a - \lambda = \lambda'$, כך ש- T_1 תתקבל בגבול $\lambda' \rightarrow 0$.

18 ע. רוזן, "מודלים של האור", המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות, תשס"ד, ע' 361

19 על מנת להפיק את התרשים בחרתי בפרמטרים הבאים:
 $d = 1$ מ"מ, $D = 5$ מ"מ, $\lambda = 0.002$ מ"מ.

20 M. Berry, "Chaos and the Semiclassical Limit of Quantum Mechanics (Is the Moon There When Somebody Looks?)", in Proceedings of the CTNS-Vatican Conference on Quantum Physics and Quantum Field Theory, 2001, <http://www.phy.bris.ac.uk/research/theory/>

תהודה

על מנת להעמיד את האופטיקה הגאומטרית על אופטיקת הגלים עלינו למצע את תוצאותיה של אופטיקת הגלים בקטע מרחבי כלשהו ולאחר מכן לבצע את מעבר הגבול $\lambda \rightarrow 0$.

גם בלי מעבר הגבול $\lambda \rightarrow 0$ נקבל מאופטיקת הגלים קירוב טוב לאופטיקה הגאומטרית, אם נדרוש בביטוי עבור $\bar{A}(x)$:

$$1 \gg \frac{\lambda D}{\pi d L} \text{ או } \lambda \gg \frac{D}{\pi d L}$$
 ז"א אם נחשב ממוצע על קטע מרחבי מספיק רחב.
במעבר מאופטיקת הגלים לאופטיקה הגאומטרית הרזולוציה המרחבית המוגבלת של גלאי האור חשובה יותר מאשר אורך הגל של האור.
 בפרק זה ראינו, שהרדוקציה האסימפטוטית של תיאוריה לתיאורית-על לא תמיד אפשרית בגלל תופעת הסינגולריות. לעתים אפשר לקרוא או לשמוע טענה, שאפשר להעמיד את המכניקה הניוטונית אסימפטוטית על מכניקת הקוונטים בגבול $\hbar \rightarrow 0$. טענה זו איננה נכונה - הגבול סינגולרי.²⁰

סיכום

חבל לא לנצל את ההזדמנויות להרחבת האופקים של תלמידי הפיסיקה, שתוכנית הלימודים החדשה מציעה. רצוי שדיונים בסוגיות היסטוריות, מוסריות ופילוסופיות ילוו את הוראת הפיסיקה בכל שנות התיכון. גם ע"פ תוכנית הלימודים החדשה ניתנת בידי המורה הסמכות להחליט לגבי הנושאים המתאימים, המועד המתאים לשילובם וזמן ההוראה הזמין.
 העיסוק בנושאים מתחום הפילוסופיה של המדע אינו תמיד פשוט, אך אפשר לבאר סוגיות חשובות במסגרת שעור קצר, באופן מרוכז וענייני. אני מקווה, שהדיון במושג הרדוקציה יוכל לשמש כדוגמא לשעור כזה.

הערות שוליים

- 1 דוא"ל: bernd@iasa.jlm.k12.il
- 2 הערות דידקטיות לפרק 2.1, סעיף ה'.
- 3 פרק 3.4 בסילבוס "קרינה וחומר"
- 4 לא נבדיל כאן בין "מודל" ו"תיאוריה", למרות שלא מדובר במושגים זהים.
- 5 קשה למצוא בספרות תרגום אחיד של מושג ה"רדוקציה" לעברית, ורוב הכותבים מחליטים להשאר עם המונח הלועזי. המושג "העמדה", שאותו מצאתי אצל מחברים אחדים, אומנם לא מהווה תרגום מילולי של המושג "רדוקציה", אך הוא נראה לי מתאים מבחינה לוגית.
- 6 מבחר קטן: צ. ינאי, "מחשבות על היקום", מחשבות - כתב עת בהוצאת יבמ, דצמבר 1990, ע' 39-4
- 7 הוקינג, קיצור תולדות הזמן, הוצאת מעריב - הד ארצי
- 8 P. Davies, J. Brown (eds.), *Superstrings - a theory of everything?*, Cambridge Univ. Press, 1988